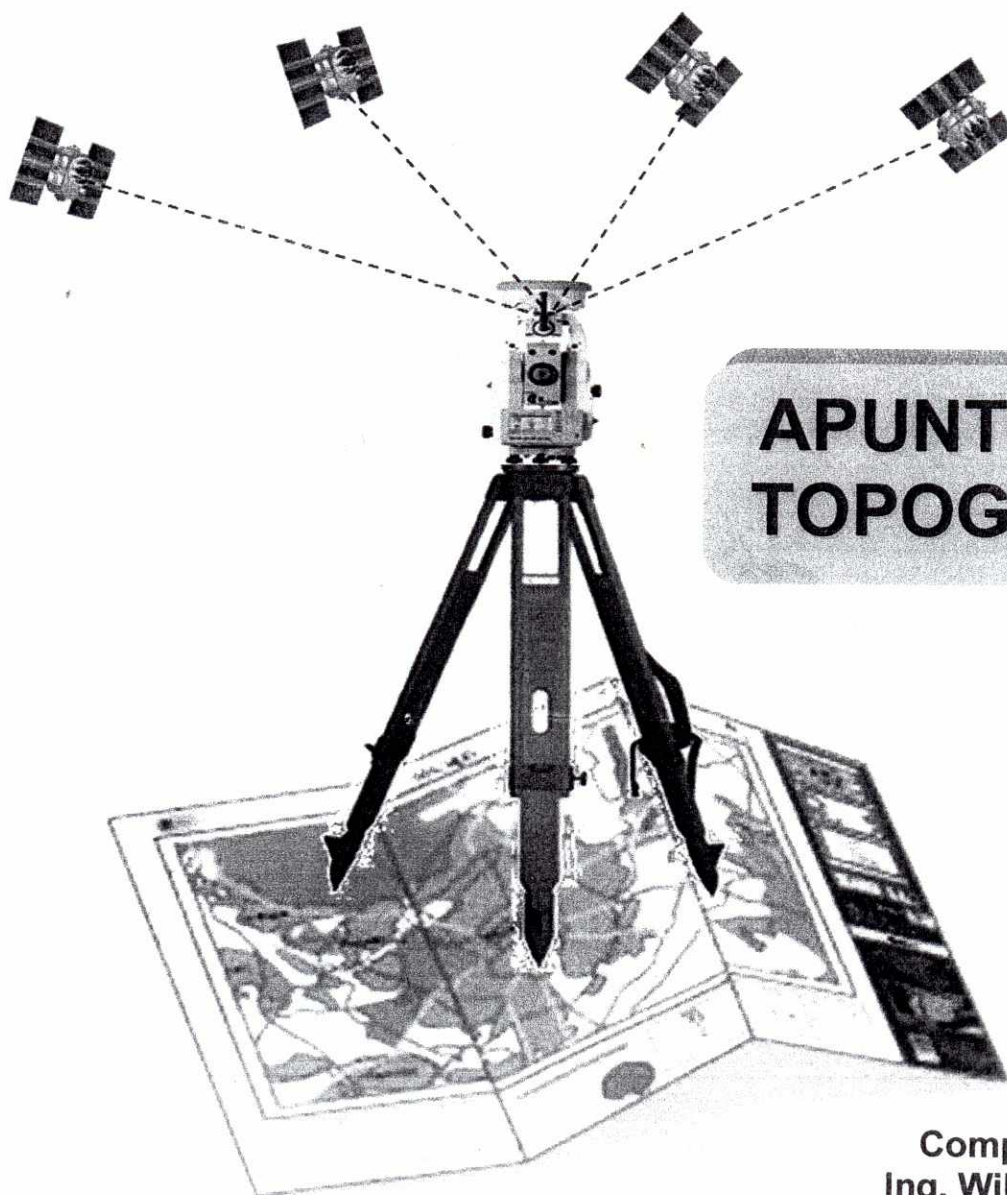


INSTITUTO UNIVERSITARIO POLITECNICO  
SANTIAGO MARIÑO

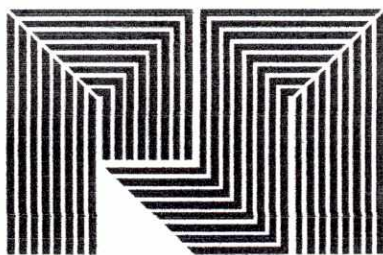


## APUNTES DE TOPOGRAFIA

Compilados por:  
Ing. William Abreu L.  
Barcelona 2011







INSTITUTO UNIVERSITARIO POLITECNICO  
SANTIAGO MARIÑO

## **APUNTES DE TOPOGRAFIA**

Compilados por:  
Ing. William Abreu L.

Barcelona 2011

## PRESENTACION

El propósito de los presentes **Apuntes de Topografía** es introducir al estudiante de ingeniería civil en el estudio de la topografía bajo un esquema que le resulte atractivo y enriquecedor.

La práctica de la topografía se basa en la aplicación de técnicas sencillas. Técnicas que se deben aplicar con el mayor rigor científico con el fin de garantizar la exactitud requerida por el proyecto. Este texto pretende profundizar el estudio de los elementos de matemáticos y geométricos que permiten aplicar esas técnicas.

Aun cuando la topografía ha tenido un avance impresionante en los últimos años con el diseño de instrumentos electrónicos y la aplicación cada vez mayor del GPS, se ha considerado necesario organizar el texto con base al uso de técnicas e instrumentos tradicionales, ya que de esta manera se crea un puente entre la topografía clásica y la moderna, conocimientos que le permitirán al estudiante comprender mejor el uso de las nuevas tecnologías, y no ser un simple instrumentista.

Se optó por el sistema de aprendizaje progresivo comenzando con el tema N° 1 Introducción a la Topografía, donde se analiza su importancia y aplicación, el uso de mapas y planos, así como una introducción a los instrumentos topográficos y al sistema GPS. El tema N° 2 Sistemas de Medidas y Teoría de Errores, trata de los aspectos que serán básicos en los cálculos topográficos.

Los temas N° 3 Mediciones de Distancias y N° 4 Mediciones de Ángulos, abordan los dos elementos que constituyen la base de las mediciones topográficas. En cada tema se analiza en forma precisa las técnicas, instrumentos y fórmulas matemáticas necesarias para la aplicación topográfica de cada elemento. El tema N° 5 Sistemas de Coordenadas, es el referido al cálculo de coordenadas planas, aquí se dedica una parte a la determinación de coordenadas con GPS.

En los temas N° 6 Levantamientos Topográficos, N° 7 Levantamientos de Control – Poligonales y N° 8 Nivelación, se estudia en detalle los métodos para medición, cálculo e instrumentos que permitan la aplicación de cada una de estas técnicas topográficas.

Por último el tema N° 9, Topografía Aplicada a la Construcción, en él se presentan los diferentes procedimientos y elementos que se requieren para el replanteo de obras.

Es de resaltar que en cada tema se señalan los diferentes tipos y magnitudes de errores que se pueden cometer en las mediciones topográficas. Igualmente en todos los temas incluyen ejemplos y ejercicios propuestos para consolidar el aprendizaje de cada uno.

Para finalizar deseo que este trabajo sea de provecho para los estudiantes de topografía.

Ing. William Abreu L.

# CONTENIDO

	Pag.
<b>Tema Nº 1: INTRODUCCION A LA TOPOGRAFIA</b>	<b>1</b>
1.1. Definición de Topografía	1
1.2. División básica de la Topografía	1
1.3. Historia de la Topografía	1
1.4. Diferencia entre Topografía y Geodesia	3
1.5. Importancia y usos de la Topografía	3
1.6. Tipos de Levantamientos Topográficos	4
1.7. Equipos Topográficos	5
1.7.1. Equipos para medir ángulos	5
1.7.2. Equipos para medir distancias	6
1.7.3. Instrumentos de Estación Total	8
1.7.4. Equipos para medir diferencias de altura o desniveles	8
1.7.5. El Sistema de Posicionamiento Global – GPS	10
1.8. La Superficie Terrestre y Superficies de Referencia	14
1.9. Influencias sobre las Mediciones Topográficas	16
1.10. Mapas y Planos	17
1.10.1. Manejo de escalas	18
1.10.2. Planos acotados	18
1.10.3. Escalas comunes en topografía	19
1.11. Dibujo Topográfico	19
1.11.1. Elementos de un plano	20
1.11.2. Símbolos Cartográficos	22
1.12. Ejemplos	23
1.13. Ejercicios	24
<b>Tema Nº 2: SISTEMAS DE MEDIDAS Y AJUSTE DE MEDICIONES</b>	<b>25</b>
2.1. Introducción a los sistemas de mediciones	25
2.2. Tipos de Mediciones en Topografía	25
2.3. Sistemas de Medidas	26



2.3.1. Unidades de longitud y superficie	26
2.3.2. Unidades angulares	27
2.3.3. Conversiones angulares relativas	27
2.4. Cifras Significativas	28
2.5. Redondeo de números	29
2.6. Errores en las Mediciones Topográficas	29
2.6.1. Causa de los errores en las mediciones	30
2.6.2. Tipos de errores	30
2.6.3. Discrepancia, Precisión y Exactitud	31
2.6.4. Probabilidad	32
2.7. Ajuste de Mediciones	32
2.7.1. Valor Probable	32
2.7.2. Error de una medición	32
2.7.3. Error de la media	33
2.7.4. Propagación de los errores medios	33
2.8. Ejemplos	34
2.9. Ejercicios	39

### **Tema Nº 3: MEDICIONES DE DISTANCIAS** **42**

3.1. Introducción a la Medición de Distancias	42
3.2. Medición de Distancias a Pasos	43
3.3. Medición de Distancias con Odómetro	43
3.4. Medición de Distancias con Telémetro	44
3.5. Medición de Distancias con Mira Vertical	44
3.6. Medición de Distancias con Cinta	45
3.6.1. Equipo para medir con cinta	45
3.6.2. Procedimiento para la medición de distancias con cinta	46
3.6.3. Errores comunes en la medición con cinta	47
3.7. Errores Sistemáticos en las Mediciones con Cinta	48
3.7.1. Causa de los errores en las mediciones con cinta	48
3.7.2. Longitud incorrecta de la cinta	48
3.7.3. Error por Alineación	48
3.7.4. Error por Catenaria	49

3.7.5. Error por Tensión	49
3.7.6. Error por Temperatura	50
3.7.7. Corrección por Pendiente	50
3.7.8. Magnitud de los errores en las mediciones con cinta	51
3.8. Medición de distancias con instrumentos electrónicos	51
3.8.1. Errores en la medición electrónica de distancias	52
3.8.2. Precisión de los equipos IEMD	53
3.8.3. Errores en la medición electrónica de distancias	53
3.9. Precisión en las Mediciones de Distancias	54
3.10. Ejemplos	55
3.11. Ejercicios	60

#### **Tema Nº 4: MEDICIONES DE ANGULOS** **63**

---

4.1. Introducción a las mediciones angulares	63
4.2. Medición de Ángulos Horizontales	63
4.2.1. Método de Bessel simple	64
4.2.2. Método de las Direcciones o de las Series	64
4.2.3. Método de los Sectores o de los Ángulos	65
4.2.4. Comparación entre ambos métodos	65
4.3. Medición de Ángulos Verticales	65
4.4. Errores en las mediciones de ángulos	66
4.4.1. Errores Personales	66
4.4.2. Errores Instrumentales	66
4.4.3. Errores Naturales	66
4.5. Relaciones ángulo – distancia	67
4.6. Instrumentos para la medición de ángulos	67
4.6.1. Partes de un teodolito	67
4.6.2. Disposición de los ejes	68
4.6.3. Puesta en estación de un teodolito	69
4.6.4. Tipos de teodolitos	69
4.7. Diversos usos del teodolito	71
4.7.1. Prolongación de una línea	71
4.7.2. Trazado de Perpendiculares	71



4.7.3. Determinación de una distancia entre dos puntos	72
4.7.4. Medición de un ángulo cuando el teodolito no se puede colocar en el vértice	72
4.7.5. Intersección de líneas	72
4.7.6. Trazado de líneas paralelas	73
4.7.7. Alineaciones cuando se presentan obstáculos	73
4.8. Ejemplos	75
4.9. Ejercicios	79

## **Tema Nº 5: SISTEMAS DE COORDENADAS 82**

5.1. Introducción a los sistemas de coordenadas	82
5.2. Coordenadas Geodésicas o Geográficas	83
5.3. Proyecciones Cartográficas – El sistema UTM	84
5.4. Sistemas de Coordenadas Locales	86
5.5. Azimut y Rumbos	86
5.6. Cálculo de Coordenadas por Azimut y Distancia	88
5.7. Cálculo de Azimut y Distancia a partir de dos puntos con coordenadas	88
5.8. Determinación de coordenadas con GPS	90
5.8.1. Técnicas y precisiones	90
5.8.2. Procedimientos para levantamientos con GPS	92
5.9. Ejemplos	95
5.10. Ejercicios	104

## **Tema Nº 6: LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS 106**

6.1. Introducción a los levantamientos topográficos	106
6.2. Etapas de un levantamiento topográfico	106
6.3. Levantamientos Orográficos o de Configuración	108
6.3.1. Levantamiento por Radiación	109
6.3.2. Levantamientos Taquimétricos	110
1. Levantamientos con Teodolito y Mira Vertical	111
2. Levantamientos con Teodolito y Distanciómetro (IEMD)	115
3. Levantamientos con Estación Total	117
6.3.3. Levantamientos de detalles con GPS	118
6.3.4. Levantamientos Ortogonales	118

6.4. Las Curvas de Nivel	119
6.4.1. Aplicaciones de las curvas de nivel	120
6.5. Otros tipos de Levantamientos	121
6.5.1. Levantamiento de parcelas por ángulo y distancia – radiación	121
6.5.2. Área de una definida por coordenadas	122
6.5.3. Levantamiento de parcelas con cinta métrica	123
6.6. Ejemplos	125
6.7. Ejercicios	129

## **Tema Nº 7: LEVANTAMIENTOS POLIGONALES** **134**

---

7.1. Levantamientos de Control	134
7.2. Poligonales	134
7.2.1. Tipos de Poligonales	135
7.2.2. Trazado de Poligonales	135
7.2.3. Cálculo y Compensación de Poligonales	136
7.2.4. Ley de Propagación de los Azimuts	137
7.2.5. Cálculo y Compensación de la Poligonal Abierta	138
7.2.6. Cálculo y Compensación de la Poligonal Cerrada	141
7.2.7. Tolerancia en la Mediciones Poligonales	144
7.3. Intersecciones	144
7.3.1. Intersección Directa Angular	144
7.3.2. Trilateración	145
7.4. Ejemplos	147
7.5. Ejercicios	152

## **Tema Nº 8: NIVELACION** **155**

---

8.1. Introducción a la Nivelación	155
8.2. Definiciones Básicas usadas en la Nivelación	155
8.3. Efectos por Curvatura Terrestre y Refracción	156
8.4. Métodos para determinar Diferencias de Altura	157
8.4.1. Niveles sencillos de burbuja	157
8.4.2. Niveles de manguera de agua	157
8.4.3. Niveles de mano	158
8.4.4. Nivelación Taquimétrica	159

8.4.5.	Nivelación Trigonométrica	160
8.4.6.	Nivelación Diferencial o Geométrica	161
8.5.	Precisión en las Nivelaciones	164
8.6.	Errores en la Nivelación	164
8.6.1.	Errores Instrumentales	164
8.6.2.	Errores Naturales	164
8.6.3.	Errores Personales	165
8.6.4.	Reducción de errores en nivelación	165
8.7.	Nivelación Directa o Geométrica	166
8.7.1.	Nivelación entre dos BM	166
8.7.2.	Nivelación para colocar un BM	166
8.7.3.	Nivelación de un Circuito Abierto	167
8.7.4.	Nivelación de un Circuito Cerrado	167
8.7.5.	Nivelación Recíproca o Cruce de Ríos	168
8.7.6.	Determinación de altura de puentes y techos	169
8.7.7.	Nivelación de Perfiles Longitudinales	170
8.7.8.	Nivelación de Perfiles o Secciones Transversales	171
8.8.	Calculo de secciones transversales y volúmenes	172
8.8.1.	Área de secciones transversales	172
8.8.2.	Calculo del volumen de terraplén o excavación	173
8.9.	Ejemplos	174
8.10.	Ejercicios	180

## **Tema N° 9: TOPOGRAFIA APLICADA A LA CONSTRUCCION 183**

9.1.	Introducción	183
9.2.	Equipos para trabajos de replanteo	184
9.2.1.	Precisión de los equipos de replanteo	186
9.3.	Establecimiento de la Red de Control Horizontal y Vertical	187
9.3.1.	Red de control planimétrica	188
9.3.2.	Red de control altimétrica	189
9.4.	Métodos de Replanteo	189
9.4.1.	Método de replanteo radial	189
9.4.2.	Método de Replanteo Ortogonal o Polar	190
9.5.	El sistema para el trabajo de replanteo	192

9.5.1. La topografía de apoyo	192
9.5.2. Calculo de los puntos de replanteo	192
9.5.3. Colocación de estacas y trompos para el control de construcciones	193
9.6. Trazado de alineaciones o jalonamiento	194
9.6.1. Tipos de jalonamientos	194
9.6.2. Prolongación de una línea	194
9.6.3. Trazado de perpendiculares	195
9.7. Trazado para la construcción de edificios	195
9.7.1. Trazado de edificios sencillos	195
9.7.2. Trazado de edificios grandes	196
9.8. Replanteo de edificio de Estructura de Acero	197
9.8.1. Montaje de las planchas de apoyo de las columnas	198
9.8.2. Alineamiento vertical de columnas	199
9.8.3. Giro de columnas	199
9.8.4. Desplazamiento longitudinal de los ejes de las columnas	200
9.8.5. Alineamiento de columnas en edificios industriales	201
9.8.6. Nivelación de entresijos en edificios altos	202
9.9. Replanteo de movimientos de tierra y excavaciones	203
9.9.1. Jalonamiento para zanjas de grandes edificios	203
9.9.2. Replanteo de zanjas para tendido de tuberías	203
9.9.3. Procedimientos para replantar zanjas	204
9.10. Replanteo de trazado para carreteras	206
9.10.1. Planos de diseño de una carretera	206
9.10.2. Trazado de alineamientos rectos	206
9.10.3. Estacas de talud	207
9.10.4. Elementos de una curva circular simple	208
9.10.5. Razado de la curva circular simple	208
9.10.6. Tipos y elementos de una curva vertical	210
9.10.7. Trazado de curvas verticales	211
9.11. Levantamientos de obra terminada	212
Anexos – Prácticas de Topografía	213
Bibliografía	230





## Tema Nº

## 1

## INTRODUCCION A LA TOPOGRAFIA

## 1.1. DEFINICIÓN DE TOPOGRAFÍA

## DEFINICIONES

**Geodesia:** es la ciencia que se encarga de determinar la forma, dimensiones y diferencias altimétricas de la superficie terrestre, el sistema de referencia es el elipsoide y el geoide; y el sistema de representación es el cartográfico.

**Topografía:** es la rama de la Geodesia que se encarga de determinar las dimensiones, contornos y diferencias altimétricas de parte de la superficie terrestre, mediante la medición de ángulos y distancias, lo suficientemente pequeñas de tal manera que se desprecia la influencia de la curvatura terrestre. El sistema de referencia son las coordenadas planas y el sistema de representación es el plano acotado. La palabra topografía procede del griego **topo = lugar, y grafos = dibujo**.

## 1.2. DIVISION BASICA DE LA TOPOGRAFIA

La topografía se puede dividir en dos grandes ramas que son:

- **PLANIMETRÍA:** Solo tiene en cuenta la proyección del terreno sobre un plano horizontal imaginario que se supone es la superficie media de la tierra.
- **ALTIMETRÍA:** Tiene en cuenta las diferencias de nivel existentes entre los diferentes puntos de un terreno.

Para la elaboración de un plano topográfico propiamente dicho, es necesario conocer estas dos partes de la topografía para poder determinar la posición y elevación de cada punto levantado.

## 1.3. HISTORIA DE LA TOPOGRAFÍA

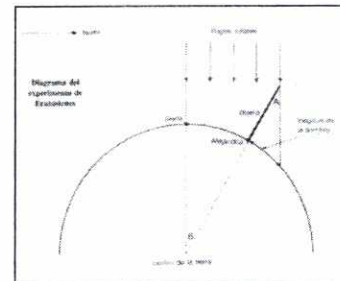
La agrimensura ha sido un elemento esencial en el desarrollo del entorno humano, desde el comienzo de la historia registrada (en el 5000 a. C.); es un requisito en la planificación y ejecución de casi toda forma de la construcción. Sus aplicaciones, actuales, más conocidos son en el transporte, edificación y construcción,

comunicaciones, cartografía, y la definición de los límites legales de la propiedad de terrenos.

Los registros históricos más antiguos ubican el nacimiento de la topografía en el antiguo Egipto. Cuando el Nilo inundaba sus riberas se perdían las señalizaciones de las granjas que se encontraban sobre las mismas. El faraón Sesostris (1400 a.C.) designó Topógrafos para redefinir los linderos de las parcelas de siembra, cada año, después de la crecida del Nilo. Uno de los planos más antiguos es el papiro de Turafan (2,80 x 0,40 m) del año 1160 a.C. La casi perfecta cuadratura y orientación norte-sur de la Gran Pirámide de Giza, construida en el 2700 a. C., confirma que los egipcios dominaban la agrimensura.

Los griegos crearon la ciencia de la geometría y establecieron las bases matemáticas de la topografía. Con su modelo esférico se encontraban bastante más avanzados en los conceptos geodésicos, tanto que incluso introducen el concepto de latitud para fijar un punto en el meridiano, y así Eratóstenes (275-196 a.C.), fue capaz de medir el radio de la Tierra, con un valor de 6.267 km., siendo 6.372 km. la medida que se le asigna en la primera medición científica que se realiza en el siglo XVII por el astrónomo francés Picard.

Se tienen referencias de mapas realizados por el mismo Eratóstenes de Cirene, por Hecateo de Mileto, por Hiparco de Nicea el cual ya realizó una traza de meridianos y paralelos, destacando Claudio Ptolomeo de Alejandría (90-168 d.J.C.) que realiza el primer atlas universal, el cual emplea proyecciones cónicas. De este atlas universal se tiene conocimiento por copias posteriores, ya que fue muy reproducido durante la Edad Media, siglos XV y XVI en el ámbito musulmán.



La cartografía romana supone un retroceso frente a la realizada por los griegos, si bien son precursores de las actuales "guías de carreteras", los "itinerarios", los cuales son esquematizaciones de las calzadas, y señalan las ciudades que cruzan, las posadas, los cruces, bifurcaciones, etc. Un ejemplo lo constituye la Tabla de Peutinger. La capacidad técnica de los romanos la demuestran en las grandes obras que construyeron acueductos, carreteras, puentes, edificios públicos, inventaron numerosos e ingeniosos instrumentos de medición.

En los Países Bajos la cartografía alcanza un desarrollo enorme, Gerhard Kremer, conocido por su nombre latino de Mercator (1.512-1.594), produjo una auténtica revolución con la proyección que lleva su nombre, un año después de su muerte, su hijo Rumold publicó su atlas, con 107 mapas de 45x30 cm.

J.D. Cassini observó en 1666 el achatamiento de los polos de Júpiter. J. Richer determinó el incremento de la gravedad del Ecuador a los Polos. En 1687 Newton, obtuvo el elipsoide como figura de equilibrio para una tierra homogénea. Posteriormente mediante mediciones geodésicas, como las expediciones de Maupertis y Clairaut a Lapponia en 1736, y la de Godin y Bouguer a Ecuador en 1744, se demostró el achatamiento polar.



En 1.873, Listing propone el nombre de geoide para la forma de la Tierra y que se define como "la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que coincide con la superficie media del nivel de los mares y océanos en reposo, idealmente extendida bajo los continentes, eligiéndose el modelo matemático de elipsoide de revolución como cuerpo matemático que mejor se adapta al anterior para las representaciones Geodésicas".

#### 1.4. DIFERENCIA ENTRE TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

##### DEFINICIONES

- **LEVANTAMIENTO:** es el proceso de medir, calcular y dibujar para determinar la forma, dimensiones y ubicación (coordenadas norte, este y altura) de una determinada parte de la superficie terrestre. Los levantamientos se clasifican en dos categorías Topográficos y Geodésicos. La diferencia entre ambos reside en la precisión de las mediciones y los métodos de cálculo.
- **LEVANTAMIENTO GEODÉSICO:** las mediciones se realizan sobre grandes extensiones, tomando en cuenta la curvatura de la superficie terrestre, los cálculos se realizan sobre una superficie elipsoidal (de forma y tamaño similar a la de la Tierra). Los cálculos comprenden la solución de ecuaciones deducidas de la geometría del espacio, la trigonometría esférica y el cálculo diferencial. Las mediciones de campo se efectúan con mayor precisión que para los levantamientos planos. Las representaciones se realizan tomando en cuenta los elementos de la Cartografía.
- **LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO:** la topografía opera sobre superficies pequeñas de la superficie terrestre, de manera que la influencia de la curvatura es despreciable. Los cálculos se realizan sobre una superficie horizontal plana, de tal manera que los ángulos y las distancias medidas se consideran planos.

#### 1.5. IMPORTANCIA Y USOS DE LA TOPOGRAFIA

La topografía sirve como base para la mayor parte de los trabajos de ingeniería civil, dado que para la elaboración de un proyecto es necesario que se tengan todos los datos y planos topográficos que representen fielmente todos los accidentes del terreno donde se va a desarrollar la obra. Los ingenieros y arquitectos están interesados en la topografía, porque esta les proporciona los primeros elementos para la planificación de sus proyectos. Los planos topográficos proporcionan información básica sobre la forma, superficie, hidrografía, linderos, ubicación geográfica de una parcela o terreno, así como la ubicación de los recursos

---

naturales, servicios públicos y de los accidentes naturales o artificiales existentes en ese terreno.

Los resultados de los levantamientos topográficos se emplean para: 1) elaborar mapas de la superficie terrestre y bajo el nivel del mar; 2) deslindar propiedades públicas y privadas; 3) elaborar mapas para la administración de recursos naturales y determinación de zonas de riesgo; 4) elaborar planos que servirán de base para la planificación urbana, catastro, carreteras, vías férreas, canales de riego, drenaje, acueductos, cloacas; 5) los planos topográficos se utilizan para el montaje de plantas industriales y replanteos de obras civiles.

## 1.6. TIPOS DE LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS

1. **Levantamientos de Control:** son redes de puntos de coordenadas conocidas (norte, este y altura), esparcidos sobre una determinada zona y sirven de base o puntos de apoyo para otros tipos de levantamientos.
2. **Levantamientos Topográficos:** se utilizan para determinar la ubicación y características de los accidentes naturales y artificiales de un terreno.
3. **Levantamientos Catastrales:** se utilizan para determinar la ubicación, superficie, linderos y características de los inmuebles de una ciudad o sector rural de un municipio.
4. **Levantamientos para vías de comunicación:** se utilizan planificar, diseñar y construir carreteras.
5. **Levantamientos de rutas:** se utilizan planificar, diseñar y construir ferrocarriles, acueductos, canales de riego.
6. **Levantamientos para construcciones:** se utilizan para el control de proyectos de construcción, determinan líneas de pendiente, elevaciones de control, replanteo de obras. Se estima que el 60% de los levantamientos se realizan de este tipo.
7. **Levantamientos finales de obra construida:** se realizan al concluir un proyecto de construcción, proporcionan un registro de lo que se construyó, y comprobar si el trabajo se efectuó de acuerdo con el diseño.
8. **Levantamientos de control de obras:** muchas obras requieren mediciones periódicas para determinar si han sufrido asentamientos o deformaciones.



---

## 1.7. EQUIPOS TOPOGRAFICOS

La topografía se utiliza para ubicar y representar puntos de la superficie terrestre en un plano o mapa. Esta representación se realiza con elementos planimétricos (coordenadas) y altimétricos (cotas y diferencias de altura). Por lo tanto será necesario medir las características de los puntos para representarlos.

Las magnitudes que se miden en topografía son: ángulos verticales y horizontales, distancias (inclinadas y horizontales) y diferencias de altura (distancias verticales). Para ellos se han diseñado básicamente tres tipos de instrumentos:

1. Para medir ángulos: aquí se encuentran la brújula, el tránsito y el teodolito.
2. Para medir distancias.: aquí se encuentra la cinta métrica, el odómetro, y el distanciómetro.
3. Para medir diferencias de altura: aquí se encuentran el nivel de mano, el fijo, basculante, automático.

Igualmente se han construido una serie de equipos y herramientas menores para ayudar en las mediciones tales como cintas métricas, prismas, brújulas, jalones, trípodes, miras o estadias.

- \* Con el avance de la tecnología electrónica, a partir de los años 80 del siglo pasado, se unificó en una sola unidad, un teodolito electrónico y un distanciómetro, llamada Estación Total.

Actualmente existe otro grupo de instrumentos que permiten obtener coordenadas geográficas, estos son los GPS.

### 1.7.1. Equipos para medir ángulos

El teodolito es el instrumento que se utiliza para medir ángulos horizontales y verticales. Es el instrumento más importante en los trabajos de levantamiento, y está disponible en precisiones que van desde 1 minuto (1') a 0,5 segundos (0,5") de arco.

El inventor del término "teodolito" fue Leonard Digges en el s. XVI, El primer teodolito fue construido en 1787 por el óptico y mecánico Ramsden. Eran equipos pesados y la lectura de sus limbos (círculos graduados para medir ángulos en grados, minutos y segundos) muy complicada, larga, y fatigosa. Eran construidos en bronce, acero, u otros metales.

El ingeniero suizo Enrique Wild, en 1920, logró construir en los talleres ópticos de la casa Carl Zeiss (Alemania), círculos graduados sobre cristal para así lograr menor peso, tamaño, y mayor precisión, logrando tomar las lecturas con más facilidad.



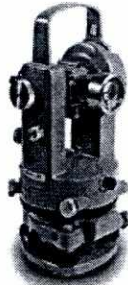
- **TRANSITO:** instrumento topográfico para medir ángulos verticales y horizontales, con una precisión de 1 minuto ( $1'$ ) o 20 segundos ( $20''$ ), los círculos de lectura angular son de metal se leen con lupa, tipo vernier, los modelos viejos tienen cuatro tornillos para nivelación, actualmente se siguen fabricando pero con solo tres tornillos nivelantes.

- **TEODOLITO ÓPTICO:** es la evolución del tránsito mecánico, en este caso, los círculos son de vidrio, y traen una serie de prismas para observar en un ocular adicional. La lectura del ángulo vertical y horizontal la precisión va desde 1 minuto hasta una décima de segundo.

- **TEODOLITO ELECTRÓNICO:** es la versión del teodolito óptico, con la incorporación de electrónica para hacer las lecturas del círculo vertical y horizontal, desplegando los ángulos en una pantalla eliminando errores de apreciación, es más simple en su uso, y por requerir menos piezas es más simple su fabricación y en algunos casos su calibración.



Transito



Teodolito Optico



Teodolito Electrónico

### 1.7.2. Equipos para medir distancias

Un adelanto importante para la topografía tuvo lugar en los años 40 del siglo XX, con la utilización de instrumentos electrónicos para medir distancias.

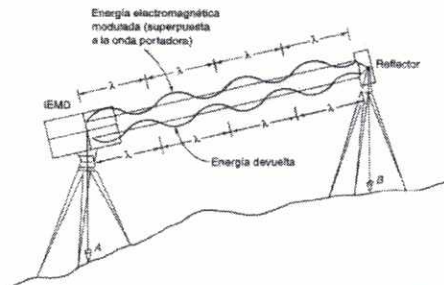
El primer instrumento fue diseñado por el físico sueco Erik Berstrand, llamado Geodímetro; el instrumento transmitía radiación visible y era capaz de medir de noche distancias de hasta 40 km. En 1957, el Dr. T.L. Wadley, presentó el Telurómetro, este instrumento transmitía microondas y era capaz de medir distancias hasta de 80 km.

Los instrumentos electrónicos de medición de distancias se clasifican en dos grupos:

## 1. INSTRUMENTO ELECTRÓNICO PARA MEDICIÓN DE DISTANCIAS – IEMD-

**DEFINICIÓN IEDM:** es un instrumento que transmite una señal portadora de energía electromagnética desde su posición hasta un receptor colocado en otra posición. La señal regresa al emisor de manera que conociendo la velocidad de la onda transmitida y midiendo el tiempo transcurrido entre la salida y el retorno se puede determinar la distancia.

Los IEMD, funcionan emitiendo un haz luminoso ya sea infrarrojo o láser, este rebota en un prisma o directamente sobre la superficie, y dependiendo del tiempo que tarda el haz en recorrer la distancia es como determina esta.



Medición de distancias con IEMD

La velocidad de una onda electromagnética que se desplaza en la atmósfera se calcula con la siguiente ecuación.

$$V = f \times \lambda$$

donde f: frecuencia en Herz (Hz ciclos/seg.)  
 $\lambda$ : longitud de la onda en metros

De la ecuación de la velocidad se calcula la distancia.

$$D = V \times T \rightarrow D = f \times \lambda \times \frac{T}{2}$$

donde T/2 es el tiempo en ida y vuelta

Existen tres tipos de IEMD:

De luz visible, el haz de luz tiene una longitud de onda en el rango de 0,4 a 0,7  $\mu\text{m}$  (micrómetros).

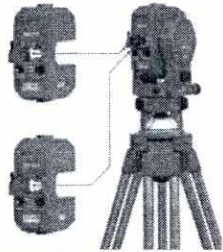
De luz infrarroja, con frecuencias por debajo del espectro visible comprendidas el rango de 0,7 a 1,2  $\mu\text{m}$  (micrómetros), tienen un alcance promedio de unos 5 km con una precisión de  $\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$ .

De luz láser, el dispositivo genera ondas de luz de baja intensidad y las amplifica en un rayo de muy alta intensidad que tiene muy poca dispersión, aún en largas distancias, lo que los convierte en instrumentos muy precisos, tienen un alcance promedio de unos 5 km con una precisión de  $\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$ .

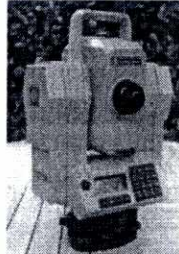
## 2. INSTRUMENTOS DE MICROONDAS

La señal de medición utilizada por los dispositivos de microondas consiste en la modulación de una frecuencia (FM) superpuesta a la onda

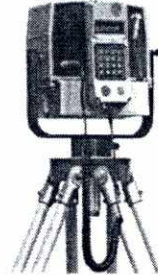
portadora, la onda transmitida se encuentra entre 10 y 100 m. Los instrumentos de microondas tienen un alcance relativamente grande unos 60 km con una precisión de  $\pm (15 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$ .



Distanciómetro Kern DM 504  
(infrarrojo)



Geodimetro Wild  
(laser)

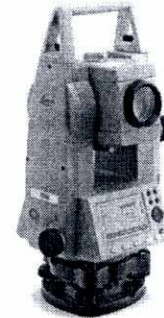


Distanciómetro Microfix 100C  
(microondas)

### 1.7.3. Instrumentos de Estación Total

Hacia los años 1970 era común encontrar un distanciómetro montado en un teodolito, arreglo poco práctico en su manejo. En los años 1980 comienzan a aparecer las primeras estaciones totales. Una estación total es la integración de un teodolito electrónico con un distanciómetro en un solo equipo.

Actualmente las estaciones totales son completamente automáticas, miden en forma electrónica: ángulos horizontales y verticales (cenitales), distancias inclinadas, calculan distancias horizontales y diferencias de altura, si se introducen las coordenadas del punto estación (norte, este y altura) y las de un punto de orientación, calculan el azimut de inicio y las coordenadas de los puntos observados. Esta información puede registrarse en un colector de datos externos, o en la memoria de la misma estación y ser luego pasados a un computador.



Estación Total Leica

Una de las grandes ventajas de las estaciones totales es que la toma y registro de datos es automática, eliminando los errores de lectura, anotación, transcripción y cálculo. Pero esta ventaja también tiene su riesgo, ya que cualquier revisión del levantamiento debe hacerse en la oficina.

Las modernas estaciones totales son muy precisas los ángulos miden al segundo y las distancias tienen un alcance de hasta 3 km con una precisión de  $\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$ .

### 1.7.4. Equipos para medir diferencias de altura o desniveles

Un nivel es un instrumento que nos representa una referencia con respecto a un plano horizontal. Este aparato ayuda a determinar la diferencia de elevación



---

entre dos puntos con la ayuda de una mira o estatal. Las características de un nivel convencional consisten en:

- Un telescopio de alta potencia (entre 20 a 40 aumentos) que garantice líneas visuales extensas y corregidas en un plano horizontal
- Un nivel de tubular fijo para garantizar que esas líneas de visual sean realmente horizontales y perpendiculares al plano vertical.

Se pueden distinguir cuatro tipos básicos de niveles:

### **1. NIVEL DUMPY**

En el nivel Dumpy, el telescopio, el nivel tubular y su eje vertical están moldeados en una sola pieza. La base de nivelación consta de dos placas; el telescopio está montado en la placa superior, en la inferior se encuentran los tornillos de nivelación y se apoya directamente al trípode.

### **2. NIVEL BASCULANTE**

En este nivel el telescopio puede inclinarse ligeramente en el plano vertical alrededor de un eje localizado debajo del telescopio. Este basculamiento está controlado por un tornillo de movimiento fino que centra la burbuja del nivel tubular. Los niveles basculantes son fuertes y permiten altas precisiones; la mayoría de los instrumentos modernos incorporan este principio, y se utilizan para trabajos precisos o en nivelaciones ordinarias.

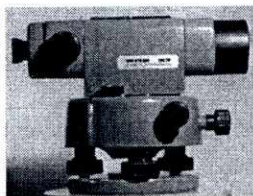
### **3. NIVEL AUTOMÁTICO**

En estos niveles los telescopios deben estar más o menos nivelados, un dispositivo compensador dentro del telescopio corrige el desnivelamiento residual. Estos niveles son muy populares por su facilidad de uso, pero padecen de cierta inestabilidad. Entre sus características básicas se encuentran:

- No tiene nivel tubular de burbuja y la nivelación preliminar se hace en la placa base de nivelación.
- No se requiere nivelación precisa, ya que la corrección del eje de colimación se hace en forma automática por el sistema de compensación.
- A pesar de los amortiguadores de los dispositivos de compensación, se presentan vibraciones por efecto del viento, tránsito vehicular, que afectan la precisión de las lecturas.

#### 4. NIVELES DIGITALES

En 1990 se introdujo el nivel Wild NA2000, el primer tipo de nivel capaz de rastrear en forma electrónica una mira codificada, eliminando así el error humano de lectura y permitiendo la colección automática de datos. Las lecturas se pueden tomar sobre distancias de 1,8 a 100 m, con una desviación estándar de  $\pm 1$  mm para un recorrido de doble nivelación de 1 km.



Nivel Basculante Wild N2



Nivel Automático Topcon



Nivel Electrónico Leica

#### 1.7.5. El Sistema de Posicionamiento Global – GPS

##### QUE ES EL SISTEMA GPS?

El significado de las siglas G.P.S. (Global Positioning System) es un **Sistema de Posicionamiento Global**, y no es ni más ni menos que eso: un sistema de referencia universal para determinar las coordenadas espaciales de cualquier punto sobre la superficie terrestre.

El sistema de posicionamiento global (GPS) es una tecnología que le permite al usuario obtener su posición las 24 horas del día en cualquier punto de la Tierra. Originalmente desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, su uso se ha extendido al ámbito civil.

El rango de precisión de una posición va de los 10 mts a unos pocos mm, dependiendo del equipamiento y las técnicas utilizadas.

El sistema GPS está formado por una constelación de 24 satélites, que orbitan la Tierra a una altura de 20200 kilómetros, emitiendo constantemente señales de radio.

##### DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN POR MEDIO DE GPS

El GPS consiste en la medición de distancias desde puntos de ubicación desconocida hasta satélites de posición conocida en el momento de las mediciones.

Como se conoce perfectamente la posición instantánea de todos estos satélites gracias al exhaustivo control que existe de los mismos por parte de las estaciones de seguimiento pertenecientes a los Organismos Espaciales

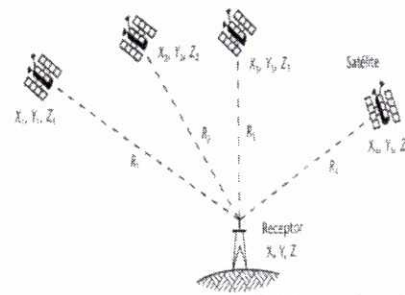


correspondientes, es muy sencillo poder calcular la posición de cualquier punto a partir de éstos mediante simples cálculos de geometría. Esto se reduce a la realización de una sencilla *Intersección Múltiple* de rectas, calculando así el punto de intersección.

El receptor GPS calcula su posición efectuando mediciones de distancia a cuatro (4) o más satélites. La distancia individual a un satélite es determinada en función del tiempo que tarda en viajar la señal desde el satélite al receptor y su velocidad de propagación. La posición del satélite es conocida para el receptor.

Luego, mediante triangulaciones, se determinan las coordenadas del punto relevado.

Las coordenadas que resultan de las mediciones GPS están en el sistema del satélite, que es el World Geodetic System de 1984 (WGS 84).



Recepción de señal GPS

#### DIFERENCIA CON LOS MÉTODOS TRADICIONALES

Ciertamente la medición con GPS tiene algunas ventajas sobre otras técnicas tradicionales.

- No tiene requerimientos de visual entre la estación base y el receptor itinerante. Hasta el advenimiento del GPS, la intervisibilidad era un gran factor limitante en cualquier práctica de medición.
- Permite realizar mediciones dinámicas (por ejemplo con un vehículo en movimiento).
- Cada punto relevado es una medición independiente, por lo tanto no existe arrastre de errores.
- El GPS puede utilizarse prácticamente bajo cualquier condición climática.

Todo esto produce un dramático impacto en la productividad, eficiencia y precisión. El sistema GPS es en este momento la forma más veloz, económica y precisa, que existe de medir.

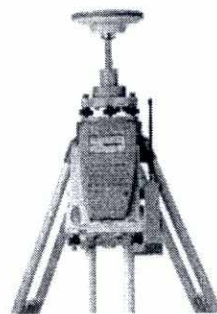
Todas las técnicas de medición con GPS son con posicionamiento relativo, es decir que requieren de dos receptores. Un receptor (la estación base) queda fija en un punto. El otro receptor (itinerante) es posicionado unos pocos segundos en cada uno de los puntos cuyas coordenadas se quieren determinar. El método de medición GPS nos permite reducir el tiempo de relevamiento prácticamente al tiempo que se demora en trasladar el receptor de un punto a otro.

---

### TIPOS DE GPS

No todos los GPS son iguales. Según el tipo de trabajo en que los usemos tendremos diferentes necesidades en cuanto a sus prestaciones, pero vamos a fijar por ejemplo el criterio de la precisión con la que nos dan las coordenadas de los puntos:

- **Navegación:** proporcionan precisiones de 50 m. a 100 m., lo cual puede ser suficiente para excursionistas, barcos, aviones y otros vehículos.
- **Cartográficos o Geográficos:** proporcionan precisiones mayores que los de navegación: realización de cartografía a escalas de alto denominador, actualización cartográfica y otros trabajos en que estas precisiones sean suficiente.
- **Topográficos y Geodésicos:** proporcionan las más altas precisiones: entre 10 cm. y 5 mm. Son los que se emplean en cualquier trabajo topográfico, cartografía a escalas de bajo denominador y trabajos geodésicos.



GPS Topográfico LEICA

### Usos topográficos del GPS

Una de las ventajas de los GPS, es que pueden calcular (en tiempo real) las coordenadas del punto donde se coloca el receptor y pueden almacenar un número casi ilimitado de datos. En los datos de archivo además de las coordenadas se le pueden agregar las características (códigos) que identifiquen al punto. Estos archivos pueden transferirse a una computadora para su procesamiento, como un Sistema de Información Geográfica (SIG), o un programa de dibujo tipo CAD. Entre los usos topográficos del GPS se encuentran:

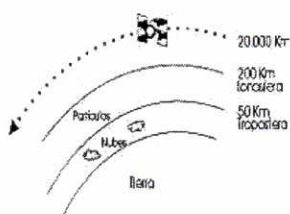
1. Elaboración de redes de control (puntos de coordenadas conocidas), para levantamientos topográficos.
2. Localización de puntos de redes de control o poligonales, para su futura utilización.
3. Medición de distancias muy largas donde no se pueden utilizar equipos topográficos convencionales.
4. Levantamientos de terrenos abruptos con dificultad de acceso.
5. Levantamientos de catastro rural.

6. Localización de caminos, torres para líneas eléctricas, líneas de acueductos, cloacas, sistemas de riego, cartografía de cuerpos de agua, zonas forestales.
7. Actualización de cartografía y de sistemas de información geográfica – SIG.

### Errores en el GPS

Entre los errores que pueden encontrarse en el GPS se encuentran:

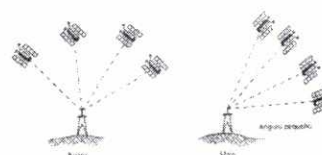
1. **Errores en las efemérides de satélites:** estas son incertidumbres presentes en las órbitas de estos.
2. **Propagación a través de la atmósfera:** Una señal de GPS pasa a través de partículas cargadas en su paso por la ionosfera y luego al pasar a través de vapor de agua en la troposfera pierde algo de velocidad, creando el mismo efecto que un error de precisión en los relojes.
3. **Error "multisenda" o trayectorias múltiples:** La señal puede rebotar varias veces debido a obstrucciones locales antes de ser captada por nuestro receptor GPS.
4. **Error por geometría (GDOP):** La geometría básica por si misma puede magnificar estos errores mediante un principio denominado "Dilución Geométrica de la Precisión".
5. **Error por centrado de la antena:** ocurre al no colocar la antena sobre la estación, o medir mal la altura de la misma.
6. **Error Intencionado:** Es un error que se introducía intencionadamente para degradar la señal para posibles países "Hostiles".



Error por atmósfera



Error por multitrayectoria



Error por geometría



## 1.8. LA SUPERFICIE TERRESTRE Y SUPERFICIES DE REFERENCIA

La superficie física de la Tierra es completamente irregular y por esa razón no puede servir directamente como superficie de referencia, por esta razón en los levantamientos geodésicos los cálculos se realizan sobre un elipsoide, superficie curva aproximada al tamaño y forma de la Tierra.

### DEFINICIONES

1. **GEOIDE:** es la superficie media del nivel del mar, en estado de reposo, prolongado en forma continua por debajo de los continentes, y es perpendicular en todo punto a la dirección de la gravedad. Debido a la distribución de la masa de la Tierra el geoide tiene forma irregular.
2. **ELIPSOIDE TERRESTRE:** figura geométrica obtenida al girar una elipse alrededor del eje polar de la Tierra. Las mediciones recientes han demostrado que un mejor ajuste a la figura de la Tierra se obtiene con un elipsoide coaxial con el eje de rotación de la misma. Las dimensiones de la elipse, semieje mayor (a) y semieje menor (b) se escogen para que haya un buen ajuste entre el elipsoide y el geoide. Mediciones realizadas por diferentes geodestas han calculado los elementos de este elipsoide de revolución.

Elipsoide	Eje mayor a (en metros)	Eje menor B (en metros)	Achatamiento $\frac{a-b}{a}$
Bessel	6.377.397,16	6.356.078,96	1:299,15
Clark	6.378.206,40	6.356.583,80	1:294,97
Hayford	6.378.388,00	6.356.911,95	1:295,00
GRS 80	6.378.137,00	6.356.752,30	1:298,25

Tabla N° 1-1: Elipsoides

Existen diferencias entre el elipsoide y el geoide, mostrándose discrepancias de hasta 50 km, presentándose además desviaciones de la plomada respecto a la dirección de la normal del elipsoide, producto de la irregular distribución de las masas continentales.

3. **DATUM:** es el punto en que las dos superficies, la del elipsoide y la del geoide son tangentes y sus normales son congruentes (único). Un datum define un elipsoide, una longitud de origen, una localización inicial y un azimut inicial.

El datum es el punto tangente al elipsoide y al geoide donde ambos son coincidentes, es un punto fundamental donde coinciden la superficie del elipsoide y la forma real de la Tierra. Las coordenadas astronómicas (del elipsoide) y geodésicas (de la Tierra) coinciden. La desviación de la vertical es nula.

- 4. DATUM REFERENCIAL GPS WGS84:** las coordenadas producto de las mediciones de GPS están en el sistemas WGS84 (World Geodetic System 1984), un sistema de coordenadas cartesianas (X, Y, Z,) que tiene su origen el centro de gravedad de la Tierra.

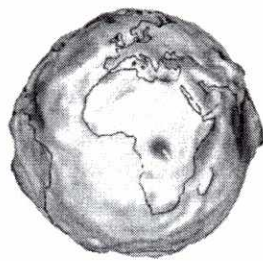
Estas coordenadas se transforman luego en coordenadas geodésicas (Latitud, Longitud y Altura), donde se considera la Tierra un elipsoide de revolución, posteriormente se pueden transformar en coordenadas rectangulares para cada región de la superficie terrestre. Los elementos del elipsoide WGS 84 son:

Elipsoide	Eje mayor	Eje menor	Achatamiento
WGS 84	6.378.137,00 m	6.356.752,31 m	1:298,257

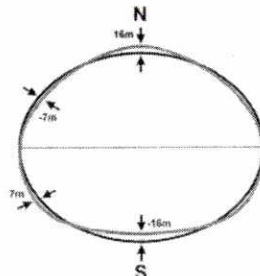
Tabla N° 1-2: Elementos del WGS

- 5. DATUM REGVEN:** según resolución N° 36.653 de fecha 03-03-1999, del Ministerio del ambiente y los Recursos Naturales Renovables y por indicaciones del Instituto Geográfico Simón Bolívar a partir del 01-04-1999, se adoptó para Venezuela un nuevo sistema geocéntrico de referencia para formar la Red Geodésica Venezolana REGVEN, la cual representa para nuestro país la densificación del Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas SIRGAS.

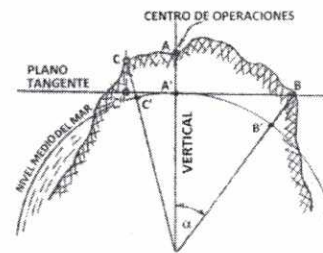
El elipsoide utilizado por REGVEN es el GRS 80, con el datum asociado WGS 84. Hasta 1999 Venezuela utilizó el elipsoide internacional Hayford con datum La Canoa.



Geoide



Geoide y Elipsoide



Plano Topográfico

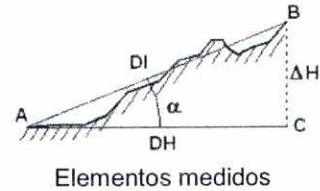
- 6. PLANO TOPOGRÁFICO:** por limitarse las operaciones de la topografía a extensiones limitadas de terreno, se puede utilizar como superficie de referencia un plano tangente a la esfera terrestre en el punto céntrico del terreno levantado, tangente al nivel medio el mar.

Es evidente que esta aproximación de la superficie terrestre a un plano facilita las operaciones de cálculo, utilizándose para el cálculo elementos del álgebra lineal, geometría y trigonometría plana. La representación de los levantamientos topográficos se realiza en planos en un sistema rectangular plano.



## 1.9. INFLUENCIA DE LA CURVATURA TERRESTRE SOBRE LAS MEDICIONES TOPOGRAFICAS

Por realizarse las mediciones topográficas sobre una superficie plana, es necesario determinar cuál debe ser la extensión del terreno, para que las deformaciones causadas por la esfericidad terrestre no causen inexactitudes prohibitivas.

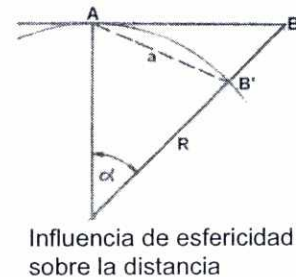


Siendo las deformaciones de tres clases: de distancias, angulares y altura.

### 1. INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE SOBRE LA MEDICIÓN DE DISTANCIAS

Aceptando que las medidas se realizan sobre una superficie plana tangente al geode, se forma una relación entre las distancias medidas en el plano A-B y su proyección en el elipsoide A-B'.

Para los trabajos topográficos se puede aceptar una distancia de 80 km. La presente tabla muestra las diferencias entre la longitud en el plano y en el arco terrestre:



Diferencia:  $D = A-B - A-B'$

Longitud del arco en km.	20	30	50	80
Diferencia (D) en metros	0,016	0,055	0,257	0,866

### 2. INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE SOBRE LAS MEDICIONES ANGULARES

Por trigonometría esférica se sabe que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a  $\sum \alpha_i = 180^\circ + \varepsilon$ , donde  $\varepsilon$  es el exceso esférico.

$$\varepsilon = \frac{\rho \times l_1 \times l_2 \times \text{Sen } \alpha}{2 \times R^2}$$

$$l_1, l_2 = \text{lados del triángulo} \quad R = \text{radio terrestre}$$

$$\alpha = \text{ángulo de } l_1 \text{ y } l_2 \quad \rho = 1/\text{Sen} 1''$$

La tabla siguiente muestra los valores calculados para el exceso esférico:

Longitud del lado en km.	1	5	10	20
Exceso esférico en seg.	0,002"	0,05"	0,22"	0,88"

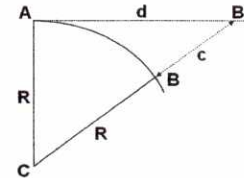


Siendo la precisión de los instrumentos modernos mayor a un segundo (1"), es necesario limitar el campo topográfico a 15 km.

### 3. INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE SOBRE LAS MEDICIONES ALTIMÉTRICAS

La diferencia de altura de un punto calculada sobre el nivel medio del mar (n.m.m.), entre el plano topográfico y el elipsoide, causado por la esfericidad terrestre es:

$$c = d^2 \div 2R$$



Longitud de la visual en metros	100	200	500	1.000
Diferencia de altura en milímetros	0,8	3,2	20	80

La mayor longitud visual en medición de alturas es de 500 m.

## 1.10. MAPAS Y PLANOS

### DEFINICIONES

- 1. ESCALA:** es un factor de reducción que da la relación existente entre la medida real en el terreno y la medida representada en el plano. La escala numérica, o simplemente escala, se expresa en forma de fracción, ejemplo 1:200 e indica que una medida que aparece en un plano o mapa, equivale a 200 unidades medidas en el terreno.

Escala = Dimensión en plano / dimensión en la realidad

$$\text{Escala} = \frac{D}{O}$$

donde D = medida en el dibujo o plano  
O = medida real del objeto

### Relación de medidas entre dibujo y objeto

Escala = 1:100.000	1 cm en el plano =	100.000 cm =	1000 m en el terreno
Escala = 1:50.000	1 cm en el plano =	50.000 cm =	500 m en el terreno
Escala = 1:10.000	1 cm en el plano =	10.000 cm =	100 m en el terreno
Escala = 1:5.000	1 cm en el plano =	5.000 cm =	50 m en el terreno
Escala = 1:1.000	1 cm en el plano =	1.000 cm =	10 m en el terreno

- 2. MAPA:** un mapa es una representación gráfica y métrica de una porción extensa de la superficie terrestre, sobre una superficie bidimensional y en una

proyección cartográfica, que permita medir sobre él ángulos y distancias con relativa exactitud. Los mapas se representan en escalas pequeñas que oscilan 1:20.000 a 1:1.000.000.

3. **PLANO TOPOGRÁFICO:** es una representación gráfica y métrica de una porción pequeña de la superficie terrestre, donde la influencia de la curvatura terrestre es despreciable. El sistema de representación es el rectangular plano, y la escala oscila entre 1:1.000 a 1:10.000.

#### 1.10.1. Manejo de escalas

La escala debe guardar una relación entre la superficie levantada y la precisión que se desee obtener. Mientras mayor sea el denominador de la escala, más pequeña será la representación. En topografía, las operaciones básicas que se realizan con las escalas son las siguientes:

- Representar una distancia medida en el terreno, sobre un plano a escala
- Calcular el valor real representado en un plano a escala conocida
- Cambio de escala, representar en un plano una distancia tomada de otro con diferente escala
- Calcular el valor de la escala en un mapa cuyas medidas han sido acotadas

Se admite que la vista humana tiene posibilidad de separación o de percibir hasta  $\frac{1}{4}$  de milímetro y distinguirla de  $\frac{1}{5}$  de mm. Esta cantidad de 0,25 mm se denomina límite de percepción visual, estando íntimamente ligado a la escala. En un plano resulta imposible representar magnitudes inferiores al valor del producto del módulo de la escala por 0,25. La máxima precisión que puede obtenerse al medir sobre un plano o mapa dependerá de la escala utilizada y puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$\text{Precisión} = (0,25 \times \text{Denominador de la Escala}) \div 1.000$$

#### 1.10.2. Planos acotados

Para representar el terreno o superficie topográfica sobre un plano se recurre ordinariamente a la utilización del sistema de proyección de planos acotados. En dicho sistema cada punto de superficie queda representado por su proyección sobre el plano horizontal y su altura o cota sobre el mismo. Para simplificar y dar mayor definición en la representación de superficies irregulares, como es el caso de las superficies topográficas, se unen con una línea, llamada curva de nivel, todos los puntos a los que corresponde una misma altura proyectando ésta sobre el plano horizontal.

### 1.10.3. Escalas comunes en topografía

En base a la expresión anterior, y utilizando las escalas más comunes en ingeniería, se elaboró la siguiente tabla, que da la precisión en metros que se puede obtener al medir sobre un plano a una escala determinada.

**Escalas de uso común en ingeniería y su precisión**

TIPO	ESCALA	PRECISION EN METROS	USO
<b>Escalas grandes</b>	1:50	0,0125	Representación de construcciones y parcelas pequeñas
	1:100	0,025	
	1:200	0,05	
<b>Escalas Intermedias</b>	1:500	0,125	Planos de levantamientos topográficos de urbanismos, fincas, catastro
	1:1000	0,25	
	1:2000	0,50	
	1:4000	1,00	
	1:5000	1,25	
	1:10000	2,50	
<b>Escalas Pequeñas</b>	1:20000	5,00	Levantamientos Geodésicos, mapas grandes extensiones, uso de proyecciones cartográficas.
	1:25000	6,25	
	1:50000	12,50	
	1:100000	25,00	

Tabla Nº 1-3 Tipos de escalas

### 1.11. DIBUJO TOPOGRAFICO

Los planos topográficos son de tres clases.

1. Planos de configuración y detalles, que muestran el relieve y los accidentes naturales y artificiales de la zona levantada.
2. Mapas catastrales, estos resultan de los levantamientos de inmuebles donde se incluyen: linderos, áreas, edificaciones.
3. Planos de construcción, realizados para proyectos de obras civiles, proporcionan información que permite el replanteo de los elementos constructivos del proyecto.

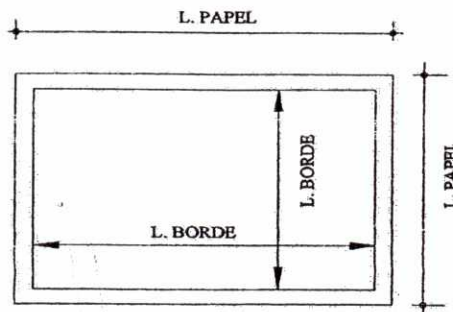


### 1.11.1. Elementos de un plano

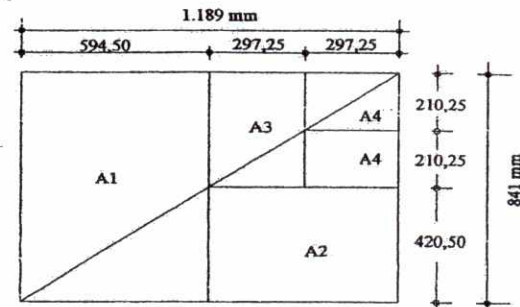
- **LA CUADRICULA:** es la representación gráfica, a intervalos iguales y enteros, de los ejes de coordenadas utilizados en el plano. En la intersección de las líneas de la cuadrícula con el borde del plano es necesario rotular la coordenadas correspondiente. Generalmente la cuadrícula se dibuja con lados de 5x5 cm o de 10x10 cm.
- **SÍMBOLO DE ORIENTACIÓN NORTE:** es un elemento importante del plano, se recomienda que se coloque en un lugar visible con un tamaño no menor de 10 cm de largo, indicando si es norte astronómico o magnético. En los planos que no lleven cuadrícula es indispensable el uso del símbolo de orientación norte.
- **LEYENDA:** según la importancia y el uso del plano se debe plasmar toda la información posible, se debe recurrir a los símbolos convencionales de uso conocido. La descripción de los símbolos constituye la leyenda del plano.
- **RECUADRO DE IDENTIFICACIÓN:** se conoce también como sello o tarjeta; se coloca generalmente en la esquina inferior derecha del plano, y está destinado a dar información acerca de: nombre del proyecto, propietario del proyecto, personal técnico que laboró en la confección del plano, escala, fecha del levantamiento. Por lo general es un recuadro de 15 x 6,5 cm, o de 10 x 4,5 cm.
- **FORMATO O TAMAÑO DE LA HOJA:** es el recuadro dentro del cual se realiza el plano. A continuación se presenta un tabla con los diferentes tamaños de láminas de las normas ISO.

Denominación	Longitud del papel en mm	Longitud del borde en mm
A4	210 x 297	195 x 282
A3	297 x 420	277x 400
A2	420 x 594	400 x 574
A1	594 x 841	574 x 821
A0	841 x 1,189	821x1,159

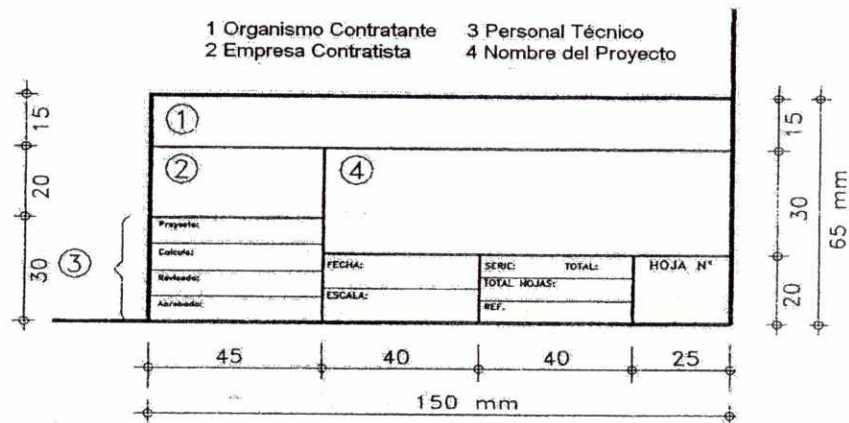
Tabla N° 4 Tamaños de hoja



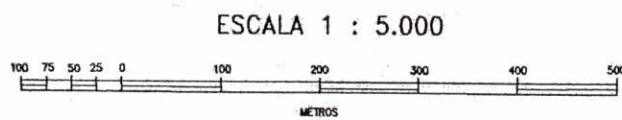
Formato de la hoja de un plano



Formato A0 (1.189 mm x 841 mm)  
 Area = 1 m<sup>2</sup>  
 Altura  $\approx$  Base  $\cdot \sqrt{2}$

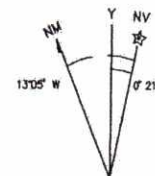


Recuadro de Identificación



INTERVALO DE CURVAS CADA 5,00 m.  
 PROYECCION UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

DATO VERTICAL: NIVEL MEDIO DEL MAR  
 DATO HORIZONTAL: REGVEN  
 HUSO 20 M.C. 63°



DECLINACION MAGNETICA PARA NOVIEMBRE 1999  
 (CENTRO DEL PROYECTO)  
 13° 05' AL OESTE

### 1.11.2. Símbolos Cartográficos

Para representar en un plano los elementos medidos en un levantamiento topográfico se utilizan símbolos estándares llamados Símbolos Cartográficos.

En Venezuela los símbolos cartográficos están definidos por el Instituto Geográfico y Cartográfico Simón Bolívar

#### SIMBOLOS CARTOGRAFICOS

AUTOPISTA		CASAS, EN CONSTRUCCION	
CARRETERA PAVIMENTADA		GRAMA O JARDIN	
CARRETERA DE TIERRA		POSTE Y TORRE	
CAMINO		LINEA DE ENERGIA ELECTRICA	
PICA		SETO	
TUNEL		CURVAS DE NIVEL	
FERROCARRIL		CURVA DE NIVEL APROXIMADA	
PUENTE Y ALCANTARILLA		CURVA EN DEPRESION	
MURO, CERCA		HUECO	
BARRANCO		ARBOLES AISLADOS	
RIO		BOSQUE	
QUEBRADA		MONTE BAJO	
CANAL (CEMENTO, TIERRA)		CULTIVO	
TUBERIA		IGLESIA, ESCUELA	
LAGUNA (Permanente, Intermittente)		CEMENTERIO	
TANQUE, PISCINA		TORRE DE PETROLEO	
ARENA		PUNTO DE COTA	
TERRENO ANEGADIZO Y MANGLAR		PUNTO TOPOGRAFICO	



---

### 1.12. EJEMPLOS

1. Cuanto debe medir a escala 1:320 una distancia medida en el terreno de 54,32 metros.

$$\text{Escala} = D/O \quad D = O \times \text{Escala}$$

$$D = 5432 \text{ cm} \times 1/320 = 16,9 \text{ cm}$$

2. Sobre un plano escala 1:320 se midió una distancia con un valor de 17 cm, Calcular el valor real de la distancia.

$$\text{Escala} = D/O \quad \rightarrow \quad O = D/\text{Escala}$$

$$O = 17 \text{ cm} \times 320 = 5.440 \text{ cm} \quad O = 54,40$$

3. Se desea elaborar un plano 1:500 a partir de uno original a escala 1:320. Calcular el factor de conversión de escalas.

$$\text{FC} = \text{Escala Original} / \text{Escala Nueva}$$

$$\text{FC} = 320 / 500 = 0,64$$

Los valores obtenidos del plano 1:320 se deben multiplicar por el FC = 0,64 para convertirlos a escala 1:500

4. En el plano 1:320 se midió una distancia de 12 cm, cuánto debe medir para dibujarla a escala 1:500

$$D = 12 \text{ cm} \times 0,64 = 7,7 \text{ cm}$$

5. Calcular la escala de un plano, donde un segmento acotado de 48,00 m, mide 12,00 cm.

$$\text{Escala} = D/O$$

$$\text{Escala} = 12 \text{ cm} / 4800 \text{ cm}$$

$$\text{Escala} = (12/12) / (4800/12) = 1:400$$

---

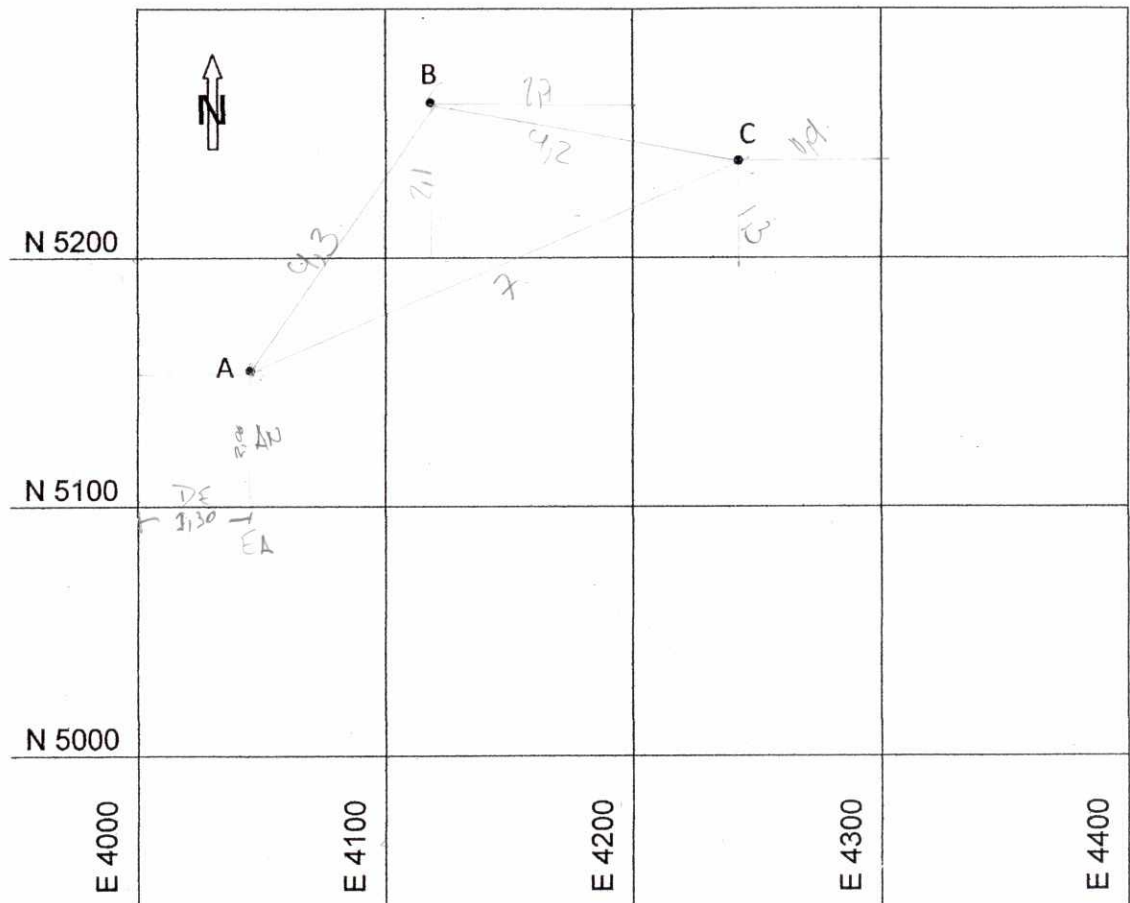
**1.13. EJERCICIOS**

1. Cuanto debe medir a escala 1:450 una distancia medida en el terreno de 65,40 metros.
  
2. Sobre un plano escala 1:600 se midió una distancia con un valor de 25 cm, Calcular el valor real de la distancia.
  
3. Se desea elaborar un plano 1:500 a partir de uno original a escala 1:250. Calcular el factor de conversión de escalas.
  
4. En el plano 1:420 se midió una distancia de 22 cm, cuánto debe medir para dibujarla a escala 1:500
  
5. Calcular la escala de un plano, donde un segmento acotado de 64,00 m, mide 16,00 cm.

$$E = \frac{P}{O} = \frac{3,3}{10000} = \frac{3,3/3,3}{10000/3,3} = \frac{1}{3000} \text{ aprox}$$

En base al plano

1. Determinar la escala del plano
2. Calcular gráficamente las coordenadas de los puntos: A, B, C
3. Dibujar el polígono a escala 1:2500
4. Ubique en ambos planos los puntos de coordenadas D: N4120 E4340 y E: N 5.060 E 4.220
5. Dibujar el polígono a escala 1:2500
6. En el plano escala 1:2500, calcular gráficamente: el área del polígono, las distancias entre los puntos: A-B, B-C, C-D, D-E y E-A, y los ángulos internos

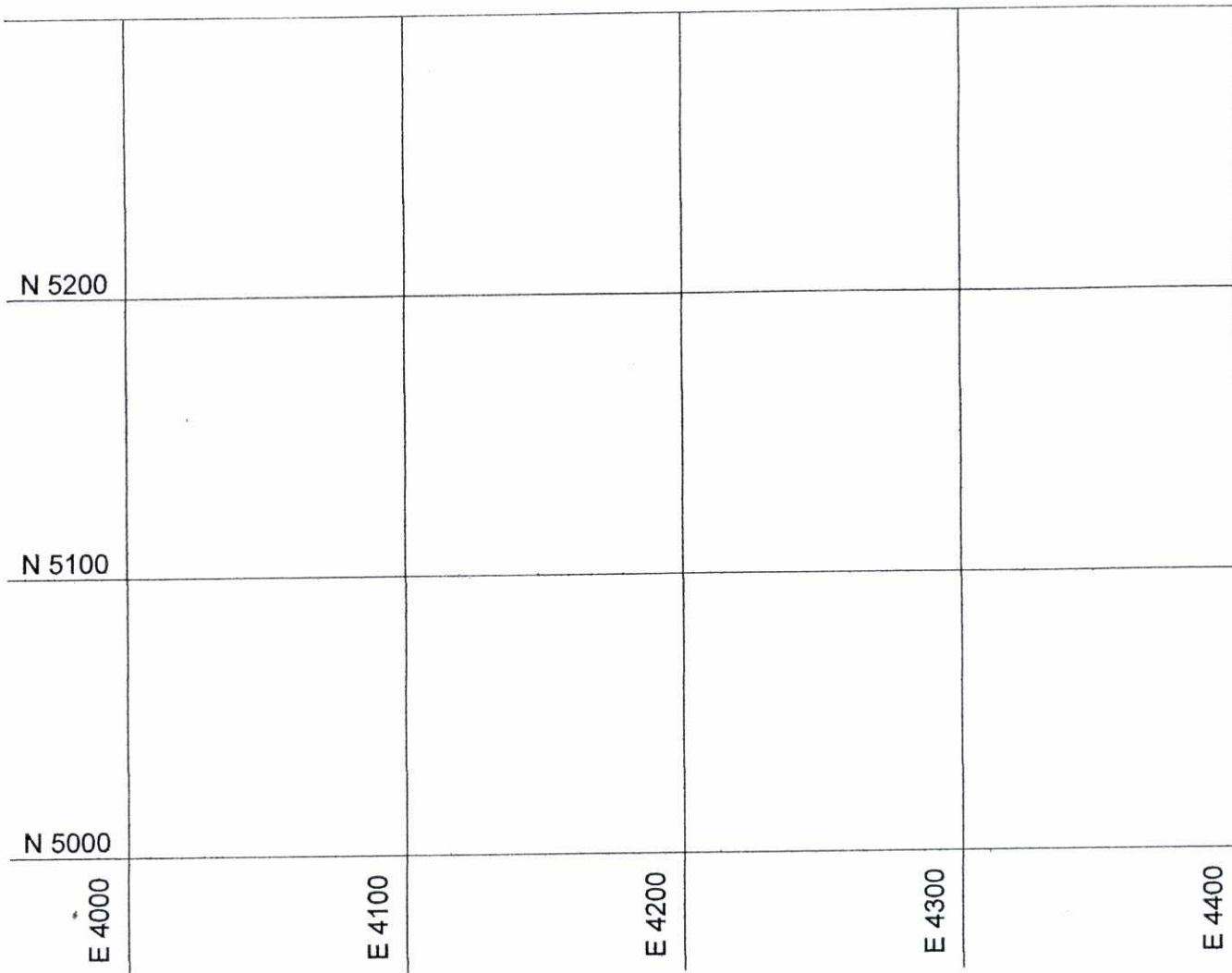


Escala 1:3000

Pto.	Norte	Este
A	5154,54	4045,45
B	5263,63	4281,81
C	5239,39	4357,57

Pto.	Norte	Este
D		
E		





Escala 1:2500

LINDEROS		Área =		m <sup>2</sup>	
A-B		C-D		E-A	
B-C		D-E			

## Tema N°

## 2

**SISTEMAS DE MEDIDAS Y AJUSTE DE MEDICIONES****2.1. INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE MEDICIONES**

La topografía se encarga de medir cantidades cuyo valor exacto o verdadero no puede determinarse, como en el caso de distancias, elevaciones, volúmenes, pesos. Indudablemente, con los equipos adecuados, se pueden realizar mediciones con una aproximación que se acerque más al valor real, pero nunca será posible determinar ese valor en forma exacta.

Al contar con mejores equipos, se pueden realizar mediciones con una aproximación que se acerque más al valor real. Por lo tanto, un principio fundamental de la topografía es que ninguna medición es exacta y que nunca se conoce el valor verdadero de la cantidad medida, se puede resumir: la realización de mediciones es la tarea principal del topógrafo.

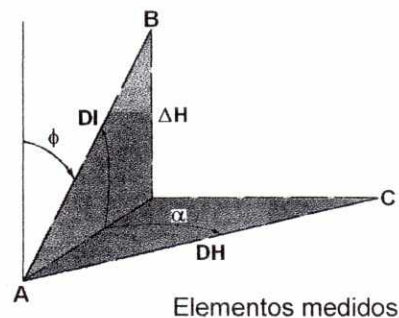
El topógrafo debe tener la habilidad y el criterio necesarios para ejecutar mediciones lo suficientemente precisas de tal manera que no afecten la ejecución del proyecto en la cual serán utilizadas. Debe poder seleccionar el equipo y la técnica que le permita asegurar la precisión exigida por sus contratantes.

**2.2. TIPOS DE MEDICIONES EN TOPOGRAFÍA**

Un levantamiento topográfico es el conjunto de operaciones, realizadas para determinar la ubicación, dimensiones y la representación grafica de una parte de la superficie terrestre. En esas operaciones ejecutadas en campo se realizan mediciones angulares y de distancias, cuyo objetivo final es determinar las coordenadas (norte, este y altura) de los puntos medidos.

Las mediciones que se efectúan en topografía son básicamente de 5 tipos:

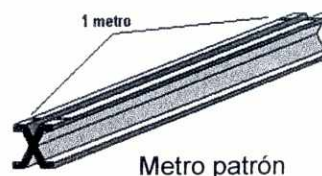
- Anglos Horizontales:  $\alpha$
- Angulos Verticales o Cenitales:  $\phi$
- Distancias Horizontales: DH
- Distancias Inclınadas: DI
- Distancias Verticales:  $\Delta H$



## 2.3. SISTEMAS DE MEDIDAS

### 2.3.1. Unidades de longitud y superficie

La unidad básica de nuestro sistema de medidas de longitud es el metro. La *Conferencia General de Pesas y Medidas de 1960* (París) se adoptó la siguiente definición del mismo:



El metro es igual a 1.650.763,63 veces la longitud de onda en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles de energía 2p<sub>10</sub> y 5d<sub>5</sub> del átomo de criptón 86.

A partir del metro tendremos todos sus múltiplos y submúltiplos:

- 1.000 milímetros (mm) = 1 metro (m)
- 100 centímetros (cm) = 1 metro (m)
- 10 decímetros (dm) = 1 metro (m)
- 1 metro (m)
- 1 Decámetro (Dm) = 10 metros (m)
- 1 Hectómetro (Hm) = 100 metros (m)
- 1 Kilómetro (Km) = 1.000 metros (m)

La unidad de superficie más habitual en topografía es la Hectárea (10.000 m<sup>2</sup>) que se define como: el área correspondiente a un cuadrado cuyo lado tiene una longitud de 100 metros.

Sistema Inglés	Sistema Métrico
1' pie = 12" pulgadas	1 mm = 0,001 m
1 yarda = 3' pies	1 cm = 0,01 m
1 braza (fathoms) = 6' pies	1 m = 100 cm = 1.000 mm
1 milla = 5.280' pies = 1.760 yardas	1 km = 1.000 m

Equivalencias	
Inglés a Métrico	Métrico a Inglés
1' pie = 0,304 m	1 m = 3,28 pies
1 yarda = 0,914 m	1 m = 1,094 yardas
1 braza = 1,83 m	1 m = 0,546 brzas
1 milla = 1.609,34 m	1 km = 0,62 millas
1 acre = 0,40 ha	1 hectárea = 2,47 acres
1 pie cuadrado (ft <sup>2</sup> ) = 0,092 m <sup>2</sup>	1 m <sup>2</sup> = 10,764 ft <sup>2</sup>
1 pie cubico (ft <sup>3</sup> ) = 0,028 m <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup> = 35,315 ft <sup>3</sup>



### 2.3.2. Unidades angulares

Para medir ángulos en topografía, se trabaja indistintamente con la graduación sexagesimal y la graduación centesimal:

- **Sistema sexagesimal:** se considera una circunferencia dividida en 360 partes iguales denominadas grados, cada grado se divide en 60 minutos y cada minuto a su vez en 60 segundos, un grado tiene 3.600 segundos, la notación sería:

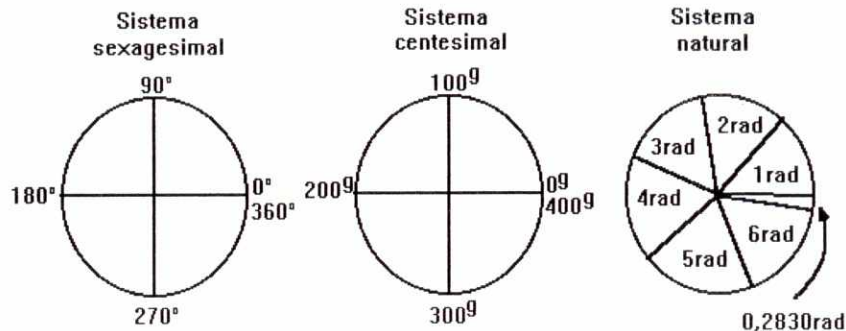
$$30^{\circ} 20' 50'' = 30 \text{ grados } 20 \text{ minutos } 50 \text{ segundos}$$

- **Sistema centesimal:** la circunferencia se divide en 400 grados, cada grado en 100 minutos y cada minuto en 100 segundos, la notación sería:

$$30^g 20^m 50^s = 30,2050g$$

- **Sistema analítico:** la unidad es el radián, se define como el ángulo central de un círculo, para el cual la longitud de arco es igual al radio. Se utiliza a menudo para relacionar mediciones de distancias y angulares.

#### Sistemas de medidas angulares



### 2.3.3. Conversiones angulares relativas

Para transformar un ángulo de un sistema a otro se aplica una relación que tomadas de dos proporcionan las formulas de conversión de un sistema a otro:

Conversiones angulares

$$\frac{\alpha^{\circ}}{360} = \frac{\alpha^g}{400} = \frac{\alpha^r}{2\pi}$$

## 2.4. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Al registrar medidas, una indicación de la exactitud lograda es el número de dígitos (cifras significativas) que se registran. Por definición, el número de cifras significativas de cualquier valor medido incluye los dígitos positivos (seguros) más uno (solamente uno), que es un dígito estimativo o redondeado, y por tanto cuestionable.

Para ser congruente con la teoría de errores, es indispensable que los datos se registren con el número correcto de cifras significativas. Si se descarta una cifra significativa al registrar un valor, se ha desperdiciado el tiempo empleado en lograr la exactitud. Por otra parte, si se registran los datos con mas cifras de las que son necesarias, se estará denotando una falsa precisión y puede perderse tiempo al hacer los cálculos.

A menudo se confunde número de cifras significativas con el número de cifras decimales. En ocasiones tendrán que usarse cifras decimales para conservar el número correcto de cifras significativas, pero las decimales no indican por sí mismas las cifras significativas. Ejemplos:

<b>Dos cifras significativas</b>	24	2,4	0,24	0,020	0,0024
<b>Tres cifras significativas</b>	364	36,4	0,0240	0,005	0,568
<b>Cuatro cifras significativas</b>	7621	76,21	24,00	0,0006	0,4308

Tabla 2-1: Cifras significativas

En las operaciones matemáticas, es necesario que el número de cifras significativas dadas en los resultados sean congruentes con los valores medidos.

En topografía se encuentran cuatro tipos de problemas relacionados con cifras significativas que deben comprender:

1. Las medidas de campo se presentan con un número específico de cifras significativas, con lo cual se indica el número correspondiente que debe tener un valor calculado.
2. Puede haber un número implícito de cifras significativas. Por ejemplo el longitud de un campo deportivo puede estar especificado como 100 m. Pero al delimitar el campo en el terreno, tal distancia se medirá al milímetro y no al decímetro más cercano.
3. Cuando el resultado a obtener es producto de varias mediciones con cifras significativas diferentes, el resultado tendrá el número de cifras significativas que tenga la medida con mayor cantidad.

4. Cuando una medida, en un sistema de unidades, tenga que convertirse a otro sistema, es conveniente que mantenga el número de cifras significativas.

## 2.5. REDONDEO DE NUMEROS

Redondear un número es el proceso de suprimir uno o más dígitos para que la respuesta sólo contenga aquellos que sean significativos o necesarios en cálculos subsecuentes. El procedimiento seguido será el siguiente:

1. Cuando el dígito a eliminar sea menor que 5, se escribirá el número sin este dígito, redondeo por defecto. Ejemplo:

84,283 se redondea a dos decimales así 84,28  
84,2839 se redondea a dos decimales así 84,28

2. Cuando el dígito a eliminar sea mayor que 5, se escribirá el número precedente aumentado en una unidad, redondeo por exceso. Ejemplo:

84,286 se redondea a dos decimales así 84,29  
84,2871 se redondea a dos decimales así 84,29

3. Cuando el dígito a eliminar sea 5, si el número precedente es par se redondeará por defecto, si es impar se redondeará por exceso.

84,285 se redondea a dos decimales así 84,28  
84,275 se redondea a dos decimales así 84,29

## 2.6. ERRORES EN LAS MEDICIONES TOPOGRÁFICAS

El proceso de realizar mediciones topográficas necesita la combinación de habilidad humana, equipo adecuado y una técnica específica. Sin embargo, no importa con cuanto cuidado se hagan, las mediciones nunca son exactas y siempre tendrán errores. La solución a este dilema será seleccionar los instrumentos y procedimientos adecuados para reducir la magnitud de los errores a un nivel razonable.

Las mediciones topográficas pueden ser de dos formas:

- Mediciones directas, como pueden ser las la medición de distancias con cinta o distanciómetro, las mediciones angulares con teodolito.



- Mediciones indirectas, aquellas que son resultado de cálculo posterior, como la medición de distancias con mira, las medidas de diferencias de altura por nivelación trigonométrica.

En todas las mediciones efectuadas en topografía es inevitable la presencia de errores y por consiguiente en los cálculos posteriores.

**DEFINICIÓN ERROR:** es la diferencia entre el valor medido y el valor verdadero de una magnitud

$$V = X - \bar{X}$$

donde V: error de una medición  
X: valor medido  
 $\bar{X}$ : valor verdadero

Se puede afirmar que: 1) ninguna medida es exacta; 2) toda medida tiene errores; 3) el valor verdadero de una medición nunca se conoce; 4) el error exacto siempre será desconocido.

#### 2.6.1. Causa de los errores en las mediciones

1. **ERRORES NATURALES:** son ocasionados por las condiciones de la naturaleza, como las variaciones de la temperatura, viento, humedad, la refracción atmosférica, la gravedad.
2. **ERRORES INSTRUMENTALES:** son ocasionados por las imperfecciones en la construcción de los instrumentos y del movimiento de sus partes.
3. **ERRORES PERSONALES:** tienen su origen en las limitaciones de los sentidos humanos, como la vista, el tacto, el oído.

#### 2.6.2. Tipos de errores

1. **ERRORES SISTEMÁTICOS:** tienen su origen en los errores de los instrumentos de medición, las condiciones del medio ambiente y el observador. Se repite siempre en la misma cantidad y con el mismo signo. Este tipo de error tiende a acumularse en función del número de medidas que se tomen. Las condiciones que ocasionan los errores sistemáticos se deben a las leyes físicas y se pueden representar gráficamente. Los errores instrumentales pueden conocerse, los efectos de las condiciones de la naturaleza sobre las mediciones pueden determinarse al conocer las leyes que las originan, por tanto pueden eliminarse aplicando las correcciones correspondientes.
2. **ERRORES GROSEROS:** son ocasionados por errores en las lecturas de los instrumentos, estos pueden ocurrir por fatiga del observador, descuido. Estos errores son fáciles de identificar, porque se salen del rango de las

mediciones que se efectuaron, y se pueden corregir repitiendo de nuevo la medición, o eliminando la lectura si se tienen suficientes.

3. **ERRORES ACCIDENTALES O ALEATORIOS:** son los errores que quedan después de haber eliminado los errores sistemáticos y asegurarnos que no hay errores groseros. Son ocasionados por factores que quedan fuera del alcance del observador, obedecen a las leyes de la probabilidad. Estos errores están presentes en todas las mediciones topográficas. Las magnitudes y los signos algebraicos de los errores aleatorios son consecuencia del azar, por lo que no existe calcularlos ni de eliminarlos, pero pueden estimarse y minimizarse utilizando el método de los Mínimos Cuadrados.

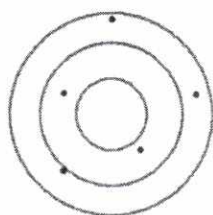
### 2.6.3. Discrepancia, Precisión y Exactitud

1. **DISCREPANCIA:** es la diferencia entre dos valores medidos de la misma magnitud. Una discrepancia pequeña indica que probablemente no hay equivocaciones y que los errores aleatorios son pequeños.
2. **PRECISIÓN:** es el grado de perfección con que se realiza una operación o se establece un resultado. Establece el grado de probabilidad de repetición entre medidas de una misma cantidad. Si se hacen múltiples mediciones de la misma magnitud, surgen discrepancias, si estas son pequeñas reflejan un alto grado de precisión. El grado de precisión depende de la sensibilidad del equipo, la técnica utilizada y la habilidad del operador. La precisión también se define como la relación entre el error la medida y la cantidad medida, y se reduce a una fracción cuyo numerador es la unidad

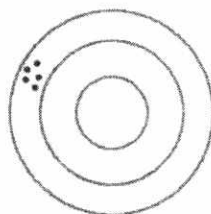
$$P = \delta / D$$

3. **EXACTITUD:** denota una absoluta aproximación a los verdaderos valores de las cantidades medidas. La precisión también se define como la relación entre el error de la magnitud medida y la cantidad medida, y se reduce a una fracción cuyo numerador es la unidad

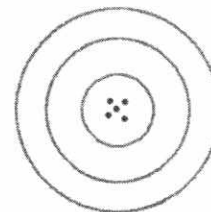
$$E = \delta m / D$$



Ni preciso ni exacto



Preciso y no exacto



Preciso y exacto

#### 2.6.4. Probabilidad

**DEFINICIÓN PROBABILIDAD:** se puede definir como la razón del número de veces que un resultado debe ocurrir en el número total de posibilidades.

##### Leyes Generales de la Probabilidad

- Los residuos (errores) pequeños ocurren con mayor frecuencia que los grandes; es decir su probabilidad de ocurrencia es mayor.
- Los errores grandes ocurren con poca frecuencia y son, por tanto, menos probables; los excepcionalmente errores grandes suelen ser equivocaciones.
- Los positivos y negativos de la misma magnitud ocurren con igual frecuencia, es decir, son igualmente probables.

### 2.7. AJUSTE DE MEDICIONES

Para el ajuste de los errores accidentales se utilizan las herramientas de la estadística, los Mínimos Cuadrados.

Si se efectúa un número grande de mediciones, todas con igual precisión se obtendrá un intervalo de resultados. El resultado verdadero no se conoce así como tampoco el error verdadero, para ello se ha definido:

#### 2.7.1. Valor Probable

En las mediciones físicas nunca se conoce el valor verdadero de una cantidad. Sin embargo su valor probable puede calcularse si se realizan mediciones redundantes, es decir si realice un número mayor de medidas a las mínimas requeridas para determinar la magnitud. El valor más probable en este caso es la media aritmética de las mediciones realizadas.

$$\text{Valor probable } X = \frac{\sum l_i}{n}$$

$$\text{Residuo } V = l_i - X$$

$l_i$  = mediciones efectuadas  
 $n$  = número de mediciones

#### 2.7.2. ERROR DE UNA MEDICIÓN

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n-1}}$$



**2.7.3. ERROR DE LA MEDIA**

También llamado Desviación Estándar es el error del valor probable.

$$\delta_m = \pm \frac{\delta}{\sqrt{n}} \qquad \delta = \pm \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n \times (n-1)}}$$

**2.7.4. PROPAGACIÓN DE LOS ERRORES MEDIOS**

**A. Error de la suma:** es el error para una medición producto de la suma de diferentes magnitudes, medidas con diferentes exactitudes.

$$\delta_s = \pm \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_n^2}$$

**B. Error de una serie:** ocurre cuando todas las magnitudes observadas son similares y han sido medidas con un error aproximadamente a la misma magnitud.

$$\delta_{serie} = \pm \delta_i \times \sqrt{n}$$

## 2.8. EJEMPLOS

1. Transformar el ángulo  $265^{\circ} 29' 32''$  sexagesimal, a los sistemas centesimal y analítico.

Transformar al sistema sexagesimal

$$265 + \frac{29 \times 60 + 32}{3600} = 265,49222 \text{ Grados Sexadesimales}$$

Transformar al sistema centesimal  $\alpha^G = \frac{400}{360} \times \alpha^{\circ}$

$$265,49222 \times \frac{400}{360} = 294,99136 \text{ Grad Centesimales}$$

Transformar al sistema analítico  $\alpha^A = \frac{2\pi}{360} \times \alpha^{\circ}$

$$265,49222 \times \frac{2\pi}{360} = 4,633713 \text{ Radianes}$$

2. Transformar el ángulo  $306,30247$  centesimal, a los sistemas sexagesimal y analítico.

Transformar al sistema sexagesimal  $\alpha^{\circ} = \frac{360}{400} \times \alpha^G$

$$306,30247 \times \frac{360}{400} = 275,67222 \text{ Grados Sexadesimales}$$

Transformar al sistema sexagesimal. La parte entera define los grados:  $275^{\circ}$

$$0,67222 \times 60 = 40,33338 \text{ la parte entera son los minutos: } 40'$$

$$0,33338 \times 60 = 20,003 \text{ la parte entera son los segundos: } 20''$$

$$\alpha^{\circ} = 275^{\circ} 40' 20''$$

Transformar al sistema analítico  $\alpha^A = \frac{2\pi}{400} \times \alpha^G$

$$306,30247 \times \frac{2\pi}{400} = 4,81139 \text{ Radianes}$$

3. Transformar el ángulo 5,58966 analítico, a los sistemas sexagesimal y centesimal.

Transformar al sistema sexagesimal  $\alpha^{\circ} = \frac{360}{2\pi} \times \alpha^A$

$$5,58966 \times \frac{360}{2\pi} = 320,26393 \text{ Grados Sexadesimales}$$

Transformar al sistema sexagesimal. La parte entera define los grados: 320°

$$0,26393 \times 60 = 15,83561 \text{ la parte entera son los minutos: } 15'$$

$$0,83561 \times 60 = 50,137 \text{ la parte entera son los segundos: } 50''$$

$$\alpha^{\circ} = 320^{\circ} 15' 50''$$

Transformar al sistema centesimal  $\alpha^G = \frac{360}{2\pi} \times \alpha^A$

$$5,58966 \times \frac{400}{2\pi} = 355,84881 \text{ Grados centesimales}$$

4. Un ángulo se midió 5 veces calcular el valor probable y los errores medios. Determinar el número de mediciones necesarias para que el error medio sea menor a 2", en caso que  $\delta m$  sea mayor a 2".

Med	°	'	''		$V_i$		$V_i^2$
1	126	40	46		1		1
2	126	40	40		-5		25
3	126	40	52		-7		49
4	126	40	36		-9		81
5	126	40	51		6		36
<b>X</b>	<b>126</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	$\Sigma$	<b>0</b>	$\Sigma$	<b>192</b>

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{\Sigma V_i^2}{n-1}} \quad \delta = \pm \sqrt{\frac{192}{5-1}} = \pm 6,9''$$

$$\delta m = \pm \sqrt{\frac{\delta}{n}} \quad \delta m = \pm \sqrt{\frac{6,9''}{5}} = \pm 3,1''$$



El error estándar fue mayor al exigido, el número de mediciones para lograr la exactitud exigida será:

$$n = \left( \frac{\delta}{\delta_m} \right)^2 \quad n = \left( \frac{6,9''}{2''} \right)^2 = 12 \text{ mediciones}$$

5. Una distancia fue medida 5 veces. Calcular el valor probable y los errores medios.

Med	metros		Vi		Vi <sup>2</sup>
1	1.470,51		0,01		0,0001
2	1.470,43		-0,07		0,0049
3	1.470,61		0,11		0,0121
4	1.470,40		-0,10		0,0100
5	1.470,55		0,05		0,0025
<b>X</b>	<b>1.470,50</b>	$\Sigma$	<b>0,00</b>	$\Sigma$	<b>0,0296</b>

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{\Sigma Vi^2}{n-1}} \quad \delta = \pm \sqrt{\frac{0,0296}{5-1}} = \pm 0,09 \text{ m}$$

$$\delta_m = \pm \sqrt{\frac{\delta}{n}} \quad \delta_m = \pm \sqrt{\frac{0,09}{5}} = \pm 0,04 \text{ m}$$

6. Con una cinta métrica de 50 m, que mide en realidad 50,010 m, se midió una distancia dos veces con los siguientes resultados. 286,586m y 286,579 m. Calcular la precisión y la exactitud de la distancia.

$$\text{Dist. Promedio} = \frac{286,586 + 286,570}{2} = 286,578 \text{ m}$$

$$\text{Discrepancia} = 286,586 - 286,570 = 0,016\text{m}$$

$$\text{Precisión} = 0,016 \div 286,578 = 1/17.911$$

$$\text{Nº de cintadas} = 286,578 \div 50,000 = 5,7$$

$$\text{Error de cinta} = 5,7 \div 0,010 = 1/0,057$$

$$\text{Exactitud} = 0,057 \div 286,578 = 1/5.000$$

7. Empleando una cinta de 50 m, se puede medir cualquier distancia con un error de 0,008m. Calcular el error al medir una distancia de 600,00 m.

$$N^{\circ} \text{ de tramos} = 600,00 \text{ m} \div 50,00 \text{ m} = 12,00 \text{ tramos}$$

$$\delta \text{ serie} = \delta \times \sqrt{n} = 0,012 \times \sqrt{12,00} = 0,042 \text{ m}$$

8. Se midió una distancia en 3 tramos, cada uno con su error. Determinar la longitud total medida y el error de la distancia.

D1:	580,450 m	$\delta_1$	0,120 m
D2:	346,300 m	$\delta_2$	0,180 m
D3:	410,700 m	$\delta_3$	0,160 m
DT:	1.337,450 m		

$$\delta \text{ serie} = \sqrt{0,120^2 + 0,180^2 + 0,160^2} = 0,269 \text{ m}$$

$$\text{Longitud Total} = 1.337,450 \pm 0,269 \text{ m}$$

9. Cuantas veces debe medirse una serie angular, con un teodolito de 10" para que el error de la media sea menor a  $\pm 6''$

$$n = \left( \frac{\delta}{\delta_m} \right)^2 \quad n = \left( \frac{10''}{6''} \right)^2 = 3 \text{ mediciones}$$

10. Con un teodolito se puede medir cualquier ángulo con una precisión de 6". Determinar el error medio de un ángulo medido 8 veces.

$$\delta_m = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \delta_m = \frac{6''}{\sqrt{8}} = 3''$$

11. Se va a medir una distancia 3 veces, con un distanciómetro que tiene una precisión de 0,004 m.Cuál será el error medio de la distancia.

$$\delta_m = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \delta_m = \frac{0,004}{\sqrt{3}} = 0,002 \text{ m}$$

12. Cual debe ser el error de cada medida, para que el error medio de un ángulo medido 4 veces no sea mayor de 8"

$$\delta = \delta_m \times \sqrt{n} \quad \Rightarrow \quad \delta = 8'' \times \sqrt{4} = 16''$$

13. Si una distancia se debe medir 8 veces, para que el error total no sea mayor a 0,008 m. Cual debe ser el error de cada medida.

$$\delta = \delta_m \times \sqrt{n} \quad \Rightarrow \quad \delta = 0,008'' \times \sqrt{8} = 0,023 \text{ m}$$



## 2.9. EJERCICIOS

1. Un ángulo se midió 6 veces. Calcular el Valor más Probable y los Errores Medios.

MED	°	'	"		$V_i$	$V_i^2$
1	245	36	28			
2	245	36	38			
3	245	36	42			
4	245	36	20			
5	245	36	30			
6	245	36	22			
PROM.				$\Sigma$		

2. Una distancia se midió 5 veces. Calcular el Valor más Probable y los Errores Medios.

MED	DISTANCIAS		$V_i$	$V_i^2$
1	1.240,40			
2	1.240,48			
3	1.240,52			
4	1.240,30			
5	1.240,28			
6	1.240,54			
PROM.		$\Sigma$		

3. Con una cinta de acero de 50 m, que tiene en realidad 50,015 m, se midió una distancia dos veces con los siguientes resultados: 326,482 m y 326,478 m. Calcular la exactitud y precisión de la distancia.

- 
4. Con una de 50 m, se puede medir cualquier distancia con un error de 0,012 m. calcular el error al medir una distancia de 580,00 m.

5. Se midió una distancia en tres secciones, cada una con su respectivo error. Calcular la distancia total medida y el error medio de la distancia.

D1	460,660 m	$\delta_1$	0,165 m
D2	280,750 m	$\delta_2$	0,110 m
D3	332,250 m	$\delta_3$	0,148 m
D.T.			

7. Determinar el error de un ángulo medido 6 veces, con un teodolito que tiene una precisión de  $\pm 10$  segundos.
8. Se necesita medir un ángulo 5 veces. Cual debe ser el error de cada medida para que el error total no sea mayor de  $\pm 8$  segundos.

9. Un distanciómetro tiene una precisión de  $\pm 0,006$  m. Con él se va a medir una distancia 4 veces. Cual será el error total de la distancia.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
10. Con una cinta de acero se va a medir una distancia de 250,00 m. Cual debe ser el error de cada medida para que el error total no sea mayor de  $\pm 0,020$  m.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
11. Para realizar un trabajo una distancia se debe medir 5 veces, para que el error no sea mayor de  $\pm 0,008$ . Cual debe ser el error de cada medida.





## Tema N°

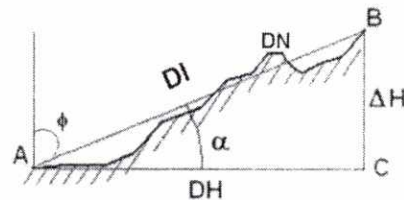
## 3

## MEDICION DE DISTANCIAS

## 3.1. INTRODUCCION A LA MEDICIÓN DE DISTANCIAS

La medición de distancias es una de las bases de la topografía, se entiende que la distancia entre dos puntos es horizontal. La razón de esto es que las representaciones topográficas se realizan en planos, donde las distancias que en ellos se muestran son proyecciones horizontales.

La medición de distancias es una de las bases de la topografía. En topografía se miden tres tipos de distancias:



Distancias medidas

- **DISTANCIA NATURAL - DN:** es la distancia entre dos puntos A y B siguiendo el relieve del terreno.
- **DISTANCIA INCLINADA O GEOMÉTRICA - DI:** es la distancia en línea recta que une los puntos A y B. Estas son las distancias que se miden en los levantamientos topográficos, mediante teodolito y mira vertical, teodolito y distanciómetro o estaciones totales.
- **DISTANCIA VERTICAL O DIFERENCIA DE ALTURA -  $\Delta H$ :** es el desnivel entre dos puntos y se mide a partir de una superficie de nivel.
- **DISTANCIA HORIZONTAL O REDUCIDA - DH:** es la distancia calculada sobre el plano horizontal entre los puntos A y B.

La distancia horizontal es la utilizada para los cálculos topográficos. La razón de esto es que las representaciones topográficas se realizan en planos, donde las distancias que en ellos se muestran son proyecciones horizontales, para obtenerla es necesario reducir la distancia inclinada a un plano horizontal.

Existen diversos métodos para medir distancias, según la precisión que se requiera, entre ellos se encuentran: 1) mediciones a pasos, 2) mediciones con odómetro; 3) mediciones con telémetro; 4) mediciones con mira vertical; 5) mediciones con cinta métrica; 6) mediciones con instrumentos electrónicos.

### 3.2. MEDICIÓN DE DISTANCIAS A PASOS

No siempre se dispone de una regla para medir o de cinta métrica, por lo tanto, es muy útil saber cómo, sin necesidad de ellas, pueden efectuarse mediciones aproximadas. La habilidad de medir distancias a pasos, con una precisión razonable, es de gran utilidad para el topógrafo. Las distancias evaluadas a pasos son suficientemente exactas para muchos fines de topografía, geología, agronomía.

En las mediciones a pasos se pueden lograr precisiones entre 1/50 a 1/200

Medir a pasos consiste en determinar el número de pasos que abarca una cierta distancia. Se deben seguir los siguientes pasos:

Primero debe determinarse la longitud promedio del paso (K), esto se logra recorriendo a pasos naturales, de ida y vuelta, una distancia horizontal medida con anterioridad, de por lo menos 50 m, luego dividiendo la distancia medida entre el número promedio de pasos.

Segundo, para calcular una distancia medida a pasos, se multiplica la longitud del paso por el número de pasos recorridos.

**Distancia a pasos**

$$D = n \times K$$

K = longitud del paso en metros

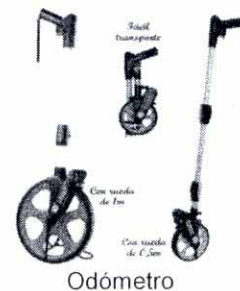
N = número de pasos

Con un poco de práctica, una persona puede medir distancias a pasos con precisiones del orden de 1/50 a 1/200 dependiendo de las condiciones del terreno (pendiente, vegetación superficial, ondulaciones), y en distancias no mayores de 80 m.

### 3.3. MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON ODÓMETRO

Un odómetro es un instrumento que convierte las revoluciones de una rueda, de circunferencia conocida, en distancia. Las distancias medidas con odómetro son útiles en levantamientos preliminares para proyectos viales, canales, acueductos, para control de obras como asfaltados de calles, aceras, cercas perimetrales, tendidos de tuberías.

Si las distancias se han medido sobre un plano inclinado, estas deben reducirse al horizonte. Con odómetros se puede lograr una precisión de 1/200.





### 3.4. MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON TELÉMETRO

Los telémetros electrónicos: son instrumentos de mano que se basan en la emisión de una luz laser, que se hace rebotar sobre una superficie plana. Son muy útiles en las de fachadas, superficies internas de edificaciones.

Los instrumentos modernos tienen un alcance de hasta 300 m, con una precisión de  $\pm 200\text{mm}$ , equivalente a/1500.

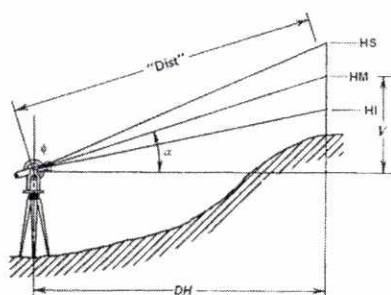


Telemetro Electrónico

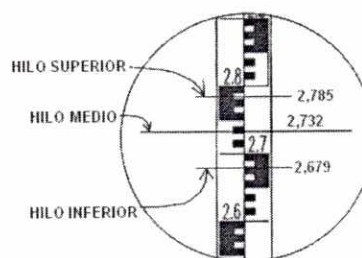
### 3.5. MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON MIRA VERTICAL

La medición con mira vertical o taquimetría, es un método rápido y eficiente para medir distancias horizontales y diferencias de altura indirectamente. La precisión alcanzada con la mira vertical es adecuada para nivelaciones trigonométrica, levantamientos de detalles, poligonales taquimétricas.

La medición de distancias se realiza visando una mira, colocada sobre el punto a medir, con un teodolito, dotado de una placa con hilos estadimétricos, tomando la lectura donde los hilos cortan la mira y el ángulo vertical ( $\phi$ ) correspondiente. La mayoría de las visuales sobre la mira son inclinadas, pero las distancias se calculan horizontales. La placa tiene grabado tres hilos llamados: hilo superior (HS), hilo medio (HM) e hilo inferior (HI).



Medición de distancias con mira vertical



Lectura de los hilos sobre la mira vertical

Cuando se utiliza el ángulo de elevación  $\alpha$  las distancias se calculan aplicando:

Distancia Horizontal - DH:

$$DH = 100 \times L \times \text{Coseno}^2 \alpha$$

Diferencia de Altura -  $\Delta H$ :

$$\Delta H = 50 \times L \times \text{Seno } 2\alpha$$

Donde: L es la diferencia de hilos       $L = \text{Hilos Superior} - \text{Hilo Inferior}$   
 $\alpha$  Es el ángulo de elevación       $\alpha = 90^\circ - \phi$

Cuando se utiliza el ángulo cenital  $\phi$  de las distancias se calculan aplicando:

**Distancia Horizontal - DH:**  $DH = 100 \times L \times \text{Seno}^2 \phi$

**Diferencia de Altura -  $\Delta H$ :**  $\Delta H = 50 \times L \times \text{Seno } 2\phi$

Las mediciones taquimétricas pueden tener un alcance máximo de unos 150 m, con una precisión en distancia de 1/1000 y en altura de 40 mm.

### 3.6. MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON CINTA METRICA

Medir una distancia con cinta métrica se llama cadenar, debido a que el equipo que tradicionalmente se utilizó fue la cadena de medir, de 100 pies de longitud, donde cada eslabón medía un pie. El que maneja la cinta se llama cadenero. Actualmente la cadena se ha reemplazado por la cinta métrica de acero y de otros materiales como la tela, fibra de vidrio, que han reducido su costo.

Las cintas utilizadas en topografía vienen generalmente de 10, 20, 30, 50 y 100 metros y su ancho es de 5/8". El estándar aconsejado es la cinta de 50 m.

#### 3.6.1. Equipo para medir con cinta

- **NIVEL DE MANO:** se utiliza para hacer que la cinta que horizontal, cuando no puede apoyarse en el piso, y para determinar diferencias de altura con poca precisión.

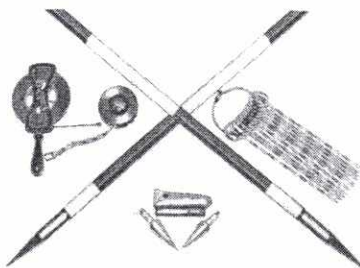
Un variante es el nivel Abney, que posee un arco graduado que le permite medir ángulos de elevación y pendientes.



- **AGUJAS, FICHAS O PIQUETAS:** son varillas de acero de una 25 a 30 cm, provistas en un extremo de una argolla, vienen en juegos de 10 fichas y se utilizan para marcar medidas sobre el terreno.
- **JALONES O BALIZAS:** son pértigas de madera o aluminio, entre 2 y 3 m de longitud, pintadas en franjas de 20 cm de colores blanco y rojo. En uno

de sus extremos lleva una punta de acero y se utilizan para el alineamiento de puntos o marcado de líneas.

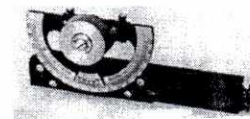
- **PLOMADA:** Es una pesa de bronce, de forma cónica, suspendida mediante un hilo; tiene como finalidad definir la dirección de la vertical y así sirve para determinar en el suelo un punto que se encuentra a cierta altura.
- **DINAMÓMETROS:** facilita la aplicación de la tensión deseada a la cinta. Al tensar una cinta esta se estira, con el dinamómetro puede determinarse la tensión exacta o la indicada por el fabricante de la cinta.
- **TERMÓMETRO PARA CINTA:** permiten determinar la temperatura de la cinta, para poder aplicar luego la corrección correspondiente.



Equipo de medición con cinta



Dinamómetro

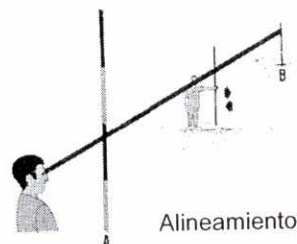


Nivel Abney

### 3.6.2. Procedimiento para la medición de distancias con cinta

La medición de distancias con cinta se realiza en cinco pasos:

- **ALINEACIÓN:** debe marcarse con jalones el extremo inicial y final de la línea a medir. El cadenero delantero desenrolla la cinta y se alinea siguiendo las instrucciones del cadenero trasero que tiene el cero.



Alineamiento

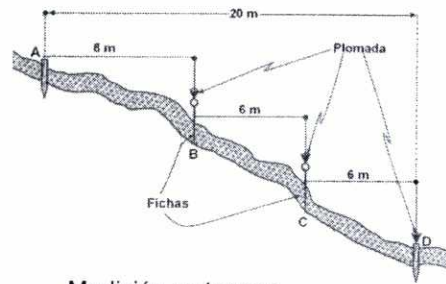
- **APLICACIÓN DE LA TENSIÓN:** el cadenero trasero sostiene el cero sobre la marca de salida, una vez alineado el cadenero delantero aplica la tensión a la cinta utilizando el dinamómetro.



Aplicación de tensión con dinamómetro



- **APLOME:** si el terreno es irregular o está enmontado y la cinta no puede apoyarse en el piso, los cadeneros marcan uno o los dos extremos de la cinta con una plomada.
- **MARCAJE DE TRAMOS:** una vez que la cinta se ha alineado y tensado correctamente, el cadenero de atrás grita "listo". El cadenero delantero clava una ficha, con el marcado final de la cinta y grita "marcado".



Medición en terreno accidentado



Marcaje de tramos

- **LECTURA DE LA CINTA Y REGISTRO:** marcado el tramo el cadenero trasero registra en la libreta de campo la lectura que marca la cinta.

Debe seguirse siempre el mismo procedimiento y mantener siempre la misma cinta durante todo el trabajo de campo, se leer la cinta de frente y al derecho.

Este proceso se repite para cada tramo de la distancia a medir. Al terminar las mediciones el cadenero trasero recogerá las fichas para contarlas y verificar los tramos medidos.

### 3.6.3. Errores comunes en la medición con cinta

- **LECTURA INCORRECTA DE LA CINTA:** una equivocación frecuente en las mediciones con cinta es la lectura equivocada de un número, por ejemplo leer 6 en lugar de 9 o viceversa. Con el deterioro de la cinta estos errores son más frecuentes.
- **REGISTRO DE NÚMEROS:** esto ocurre cuando al tomar un registro se mal interpretar o escuchar mal una medición.
- **OMISIÓN DE UNA LONGITUD DE CINTA:** cuando se miden distancias largas puede ocurrir que aun cadenero delantero se le olvide clavar una ficha al medir un tramo de distancia.

### ✱ 3.7. ERRORES SISTEMATICOS EN LAS MEDICIONES CON CINTA

#### 3.7.1. Causa de los errores en las mediciones con cinta

Existen tres clases de errores en la ejecución de mediciones con cinta:

1. **ERRORES INSTRUMENTALES:** una cinta puede tener una longitud diferente a la nominal.
2. **Errores naturales:** la longitud de una cinta puede variar con la temperatura, el viento o el peso de la propia cinta.
3. **Errores personales:** los cadeneros pueden ser descuidados en la colocación de las fichas, lectura de la cinta o manejo general del equipo.

#### ✱ 3.7.2. Longitud incorrecta de la cinta

Cada vez que se tiende una cinta ocurre un error debido a la longitud incorrecta. Si la longitud verdadera de la cinta se conoce, determinada por comparación, puede determinarse la corrección con las siguientes formulas:

$$CI = \left[ \frac{I - I'}{I'} \right] \times L$$

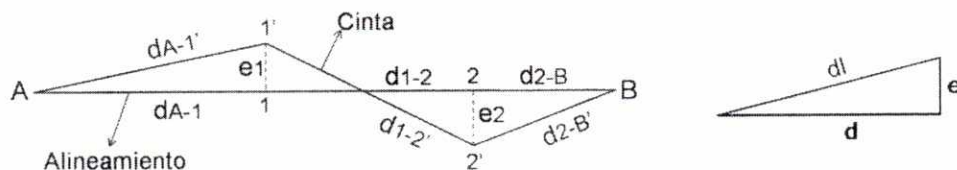
$$L_c = L + CI$$

*Error unitario de la cinta*

donde  $I$  = longitud real de la cinta  
 $I'$  = longitud nominal de la cinta  
 $L$  = Longitud medida de la línea  
 $CI$  = Corrección a la longitud medida

#### ✱ 3.7.3. Error por Alineación

Cuando se miden distancias mayores que la longitud de la cinta métrica, se hace necesario trazar un alineamiento con tramos parciales iguales o menores a la longitud de la cinta. Si este alineamiento se hace a ojo o con la ayuda de jalones, se puede producir un error en el alineamiento que afecte el valor final de la distancia medida. Este error se produce cuando el cadenero delantero coloca la ficha fuera del alineamiento. Una forma de calcular este error es con una aplicación del teorema de Pitágoras.



## ✱ Error por Alineación

$$d = \sqrt{dl^2 - e^2}$$

donde: e = error por alineación  
 d = distancia alineada  
 dl = distancia desalineada

Cuando la desviación de la ficha no es demasiado grande, este error es despreciable, pues con una cinta de 50 m al desalinearse e = 0,50 m, el error es de 0,007 m.

$$d = \sqrt{50,00^2 - 0,50^2} = 49,997 \text{ m}$$

$$dl - d = 50,00 \text{ m} - 49,997 \text{ m} = 0,007 \text{ m}$$

En las mediciones de alta precisión una forma de minimizar este error trazando los alineamientos con la ayuda de un teodolito.

## ✱ 3.7.4. Error por Catenaria

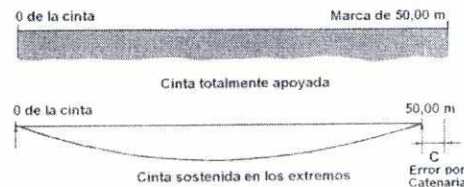
Cuando una cinta de acero no está apoyada en el piso, cuelga de sus extremos, se forma una catenaria, un arco de parábola producida por el peso de la cinta. La catenaria acorta la distancia horizontal, ya que la cinta permanece sin cambio. El efecto por catenaria puede disminuirse, aplicando mayor tensión, pero no eliminarse. Corrección por catenaria:

Catenaria

$$C = - \frac{w^2 \times l}{24 \times P^2}$$

Donde w = peso de la cinta en kg  
 P = tensión aplicada en kg  
 l = longitud de la cinta en m

$$l = -C$$



## ✱ 3.7.5. Error por Tensión

Las cintas de acero son estandarizadas a una tensión específica por el fabricante, este valor viene señalado en la cinta. Cuando una cinta se estira con una tensión mayor que la normal se alarga, si se jala con una tensión a mostrará una longitud menor que la normal. Corrección por tensión:

Tensión

$$Cp = \frac{P \times l}{A \times E}$$

Donde P = tensión aplicada en kg  
 l = longitud de la cinta en m  
 A = sección transversal en mm<sup>2</sup>  
 E = modulo elasticidad acero 20400 kg.f/mm<sup>2</sup>

$$E: 20400 \text{ kg f.}$$



La longitud real de la cinta

$$L_R = L = C + C_p + T$$

Distancia Medida

$$DM = L_R \times N$$

### \* 3.7.6. Error por Temperatura

Las cintas de acero se normalizan generalmente a 20°. Una temperatura mayor o menor de este valor ocasiona un cambio de longitud que debe tomarse en cuenta. Corrección por temperatura:

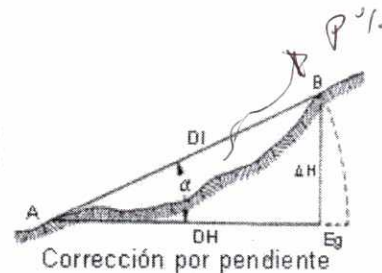
#### Corrección por Temperatura

$$T = K \times l \times (t^\circ - 20^\circ)$$

donde  $t$  = temperatura de la cinta en ° centig.  
 $l$  = longitud de la cinta en m  
 $K$  = coeficiente de dilatación del acero  
0,000012

### \* 3.7.7. Corrección por Pendiente

Al determinar una distancia sobre una pendiente pronunciada, se está midiendo una distancia inclinada (DI), es conveniente calcular el componente horizontal de la distancia, DH distancia horizontal.



Corrección por  
Diferencia de Altura

$$Eg = \frac{\Delta h^2}{2 DI}$$

$\Delta h$  = diferencia de altura en m  
 $L$  = distancia inclinada en m

Distancia Horizontal - DH

$$DH = DI - Eg$$

La pendiente es la cantidad en metros que se eleva el terreno por cada 100 m de recorrido. Si se conoce la pendiente en %, la distancia horizontal DH se calcula:

$$\text{La corrección unitaria (por cada 100 m) será } Eg = \frac{(P\%)^2}{2 \times 100}$$

La corrección para la distancia inclinada (DI) medida se calcula:

$$Eg = \frac{(P\%)^2}{2 \times 100} \times \frac{DI}{100} \quad \text{donde } P\% = \text{Pendiente en \%}$$
$$DI = \text{distancia inclinada en m}$$

\* Corrección por Pendiente - Eg

$$Eg = \frac{DI \times (P\%)^2}{20.000}$$

Distancia Horizontal - DH

$$DH = DI - Eg$$

Si se conoce el ángulo de elevación  $\alpha$  de la pendiente, la distancia horizontal DH se calcula:

$$DH = L \times \text{Coseno } \alpha$$

### 3.7.8. Magnitud de los errores en las mediciones con cinta

En la siguiente tabla se enumeran las diversas fuentes de error, junto con las variaciones que serían necesarias para que cada error tenga una magnitud de  $\pm 0,003$  m, cuando se mide una distancia de 30,00 m con una cinta de la misma longitud.

Fuente del error	Magnitud del error
Longitud incorrecta de la cinta	0,003 m
Variación de la temperatura	15°
Variación de la tensión	7 kg
Catenaria	0,19 m
Alineamiento	0,42 m
Cinta inclinada	0,003 m

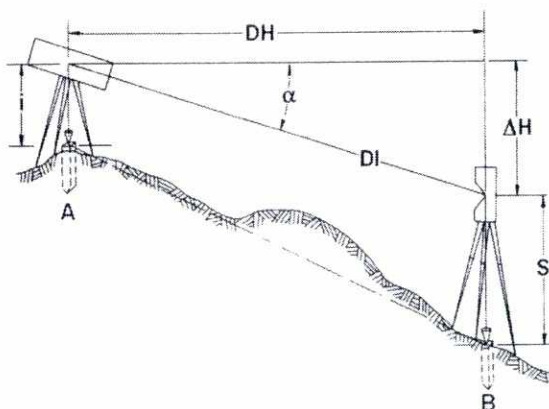
Tabla 3-1. Errores con cinta

## 3.8. MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON INSTRUMENTOS ELECTRONICOS

La mayoría de los actuales Instrumentos Electrónicos para Medición de Distancias - IEDM transmiten luz infrarroja como señal portadora. Esto se debe a que la intensidad de esta radiación puede modularse directamente, simplificando bastante el equipo. Utilizan como fuente de luz un diodo de arseniuro de galio (GaAs).

Estos IEDM tienen un rango de alcance que oscila entre 1m y 3 km, su tamaño es pequeño lo que permite se coloque encima de un teodolito, permitiendo realizar mediciones de ángulos y distancias al mismo tiempo. En las estaciones totales se han integrado estos dos instrumentos.

Todos los instrumentos IEDM miden la distancia inclinada (DI), y con el teodolito se mide el ángulo vertical o cenital ( $\phi$ ).



Medición de distancias con IEDM

---

La distancia horizontal (**DH**) y la diferencia de altura ( **$\Delta H$** ) se calculan a partir de estos valores:

#### Cálculos de las Distancias horizontal y Diferencia de Altura

Si se utiliza el ángulo de vertical o cenital ( $\phi$ )

Distancia Horizontal  $DH = Di \times \text{Seno } \phi$

Diferencia de Altura  $\Delta H = Di \times \text{Coseno } \phi$

Si se utiliza el ángulo de elevación ( $\alpha$ ) donde  $\alpha = 90^\circ - \phi$

Distancia Horizontal  $DH = Di \times \text{Coseno } \alpha$

Diferencia de Altura  $\Delta H = Di \times \text{Seno } \alpha$

#### 3.8.1. Errores en la medición electrónica de distancias

Las fuentes de error que se cometen con los IEMD, son los mismos que se tienen en otros trabajos de topografía: errores personales, errores naturales y errores instrumentales.

- **ERRORES PERSONALES:** entre estos se encuentran la colocación inexacta de los IEMD y los reflectores sobre las estaciones, no medir la altura de los instrumentos. Otro error común es la lectura y registro incorrecto de las mediciones.
- **ERRORES NATURALES:** las variaciones en la presión, temperatura humedad atmosférica, que afectan el índice de refracción y modifican la longitud de la onda.

Los instrumentos modernos tienen microprocesadores que miden estas variables y corrigen las mediciones antes de mostrarlas o registrarlas.

- **ERRORES INSTRUMENTALES:** Los errores instrumentales son muy pequeños si el IEMD ha sido calibrado cuidadosamente. Todo IEMD tiene un error de fábrica que difiere de un modelo a otro.



### 3.8.2. Precisión de los equipos IEMD

Los equipos IEMD tienen precisiones que varían en los rangos de  $\pm$  (error instrumental en mm + error en parte por millón ppm). Dependiendo de la calidad y costo del instrumento este valor puede oscilar entre  $\pm$  (3 mm + 1 ppm) a  $\pm$  (10 mm + 10 ppm).

El primero de estos errores es de poca importancia en distancias largas, pero muy significativo en distancias cortas menores a 80 m. El error proporcional es de menor importancia en cualquier distancia.

En el caso de un instrumento que tiene un error de  $\pm$  (5 mm + 5 ppm), estos serán los errores para las siguientes distancias.

Distancia	Error Estándar	Precisión
30 m	$\pm 5,15$ mm	1/5882
60 m	$\pm 5,30$ mm	1/11.321
100 m	$\pm 5,50$ mm	1/18.182
500 m	$\pm 7,50$ mm	1/66.667

Tabla 3-2. Precisión de medidas con IEMD

### 3.8.3. Errores en la medición electrónica de distancias

La precisión de un IEMD se indica en dos partes: un error constante y un error escalar proporcional a la distancia medida. El error constante es más importante en distancias cortas y en distancias largas la parte proporcional tiene más importancia.

Los principales componentes del error en la medición electrónica de una distancia D son:

$E_c$  = error de la constante especificada para el IEMD

ppm = error escalar especificado para el IEMD

$E_i$  = error estimado de descentrado del instrumento

$E_r$  = error estimado de descentrado del reflector

R = distancia medida en milímetros = DI/1000

Por ser el error total de la distancia medida D la sumatoria de todos los errores medidos, el error total se calcula con la fórmula del error de la suma.

$$E_D = \sqrt{E_i^2 + E_r^2 + E_c^2 + (\text{ppm} \times R)^2}$$

### 3.9. PRECISION EN LAS MEDICIONES DE DISTANCIAS

METODO	PRECISION	USOS
Con pasos	1/50 a 1/250	Reconocimientos, localización de puntos
Con odómetro	1/200	Reconocimientos, mediciones de líneas para construcciones: aceras, tuberías
Con telémetro óptico	1/200	Reconocimientos donde no es posible tener acceso.
Con telémetro electrónico	1/500	Mediciones de áreas y volúmenes en construcciones
Con mira vertical	1/250 a 1/1000	Levantamientos de configuración o detalles
Con mira horizontal	1/5000 a 1/12000	Distancias cortas donde no es posible utilizar cinta
Con cinta métrica	1/2500 a 1/10000	Levantamientos de terrenos, medición de construcciones, catastro urbano
Con distanciómetro IEMD	$\pm 3\text{mm}$ 1/1.000.000	Todo tipo de levantamientos precisos, replanteo de obras, mediciones de control

Tabla 3-4: Precisión en la medición de distancias

## 3.10. EJEMPLOS

1. En la medición de una distancia con mira vertical se midieron los siguientes elementos. Calcular las distancias horizontales y las diferencias de altura.

ANGULOS MEDIDOS						
P.V.	ZENITAL: $\phi$			ELEVACION: $\alpha$		
	°	'	"	°	'	"
1	85	32	46			
2	95	54	30			
3				2	17	56
4				-5	16	28

P.V.	ANGULO ZENITAL: $\phi$			HILO SUPER.	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ. $100 \times L \times \text{Sen}^2 \phi$
	°	'	"	HS	HI	L = HS-HI	DH
1	85	32	46	2,687	2,271	0,416	41,349
2	95	54	30	2,468	2,070	0,398	39,378

P.V.	ANG. ELEVACION $\alpha$			HILO SUPER.	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ. $100 \times L \times \text{Cos}^2 \alpha$
	°	'	"	HS	HI	L = HS-HI	DH
3	2	17	56	2,185	1,764	0,421	42,032
4	-5	16	28	2,652	2,202	0,450	44,620

P.V.	DOBLE ANGULO ZENITAL: $2\phi$			DIFER. HILOS	DIF. ALTURA $50 \times L \times \text{Sen} 2\phi$
	°	'	"	L	$\Delta H$
1	171	5	32	0,416	3,221
2	191	48	60	0,398	-4,075

P.V.	DOBLE ANGULO ELEV.: $2\alpha$			DIFER. HILOS	DIF. ALTURA $50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha$
	°	'	"	L	$\Delta H$
3	4	35	52	0,421	1,687
4	-10	32	56	0,450	-4,119



2. Al analizar una medición entre dos puntos utilizando un equipo IEDM se encuentra una distancia inclinada  $DI = 504,237$  m. Si el desnivel entre los puntos es de  $\Delta H = 56,040$  m. Calcule la distancia horizontal  $DH = ?$ .

Utilizando el teorema de Pitágoras

$$DH = \sqrt{(504,237)^2 - (56,040)^2} = 507,342 \text{ m}$$

3. Con una cinta de longitud  $L: 50,00\text{m}$  se midió una distancia  $D: 280,60\text{m}$ , sobre una pendiente  $P: 8\%$ . ¿Cuál fue la distancia horizontal medida  $DH$ : ?

Distancia horizontal  $DH = D - Eg$

$$\text{Corrección por pendiente } Eg = \frac{D \times P\%^2}{100 \times 2 \times 100} = \frac{260,80 \text{ m} \times 8^2}{100 \times 2 \times 100}$$

$$\text{Corrección por pendiente } Eg = \frac{260,80 \text{ m} \times 64}{20000} = 0,835 \text{ m}$$

$$\text{Distancia horizontal } DH = 260,80 \text{ m} - 0,835 \text{ m} = 259,965 \text{ m}$$

4. Un distanciómetro tiene una precisión  $\delta: 6 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$ . ¿Cuál es el error al medir una distancia  $D: 2.400,00 \text{ m}$ ?

$$\text{Error} = \delta + \frac{\text{ppm} \times D \times 1000}{1.000.000}$$

$$\text{Error} = 6 \text{ mm} + \frac{5 \times 2400,00 \text{ m} \times 1.000}{1.000.000} = 18 \text{ mm}$$

5. Se midió una distancia de  $827,329 \text{ m}$  con una estación total que tiene una precisión de  $\pm (2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$ . El instrumento tuvo un error de centrado de  $\pm 3\text{mm}$  y el error en el descentrado del prisma fue de  $\pm 5 \text{ mm}$ . Cual fue el error de la distancia.

$$ED = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2^2 + (2 \times 10^{-6} \times 827329)^2} = \pm 6,4 \text{ mm}$$

6. Con un distanciómetro y un teodolito se midió una distancia inclinada de 215,760 m y un ángulo cenital de  $82^\circ 26' 45''$ . Calcular la distancia horizontal (DH) y la diferencia de altura ( $\Delta H$ ), utilizando el ángulo cenital y el ángulo de elevación.

	Angulo			Dist. Incl.	DH
	°	'	"	DI	DH = DI x Sen $\phi$
$\phi$	82	26	45	215,760	213,887
					DH = DI x Cos $\alpha$
$\alpha$	7	33	15	215,760	213,887

$$\alpha = 90^\circ - \phi$$

$$\alpha = 90^\circ - 82^\circ 26' 45''$$

$$\alpha = 7^\circ 33' 15''$$

	Angulo			Dist. Incl.	$\Delta H$
	°	'	"	DI	$\Delta H = DI \times \text{Cos}\phi$
$\phi$	82	26	45	215,760	28,365
					$\Delta H = DI \times \text{Sen}\alpha$
$\alpha$	7	33	15	215,760	28,365

7. Se midió una distancia de 507,50 m, sobre una pendiente P de 8%, la temperatura de la cinta fue constante en  $36^\circ$ . ¿Cuál fue la distancia horizontal (DH) si la distancia medida (DI) si la cinta midió L: 50,08 m?

$$\text{Error por Temperatura } T_e = K \times D_i \times (T - 20^\circ)$$

$$T_e = 0,000012 \times 507,50 \times (36^\circ - 20^\circ) = 0,097 \text{ m}$$

$$\text{Error por longitud de la cinta: } C_l = \frac{L_r - L_n}{L_n} \times D_m$$

$$C_l = \left( \frac{50,06 \text{ m} - 50,00 \text{ m}}{50,00} \right) \times 507,500 = 0,812 \text{ m}$$

$$\text{Corrección por Pendiente } C_p = \frac{D_i \times P\%^2}{20.000} = \frac{507,50 \times 8^2}{20.000} = 1,624 \text{ m}$$

$$\text{Corrección total de la distancia } C_t = T_e + C_l - C_p$$

$$C_t = 0,097 \text{ m} + 0,811 \text{ m} - 1,624 \text{ m} = -0,716 \text{ m}$$

$$\text{Distancia Horizontal: } DH = D_i - C_t$$

$$DH = 507,50 \text{ m} + (-0,816 \text{ m}) = 506,784 \text{ m} \rightarrow DH = 506,784 \text{ m}$$

$$\text{Otra forma } DH = D_i + T_e + \delta c - C_p$$

$$DH = 507,50 \text{ m} + 0,097 \text{ m} + 0,811 \text{ m} - 1,624 \text{ m} = 506,784 \text{ m}$$

8. Se midió una distancia inclinada, por tramos de longitud y diferencias de altura variables. ¿Cuál fue la distancia horizontal (DH) medida?

Tramos =	20	+	20	+	20	+	15
Dif. Altura =	1,00		1,50		0,70		0,95

Tr.	Lm	2xLm	$\Delta h$	$\Delta h^2$	$\Delta h^2/2Lm$
1	20	40	1,00	1,000	0,025
2	20	40	1,50	2,250	0,056
3	20	40	0,70	0,490	0,012
4	15	30	0,95	0,903	0,030
	75			Suma	0,124

$$Eg = \sum \left( \frac{\Sigma \Delta h^2}{2 \times Lm} \right)$$

$$DH = DI - Eg \text{ total} \quad \rightarrow \quad DH = 75,00 \text{ m} - 0,124 \text{ m} = 74,876 \text{ m}$$



9. Con una cinta de acero de 50,00 m, se midió una distancia sobre un plano inclinado en 5 tramos, en las condiciones abajo indicadas. Calcular la distancia horizontal.

Peso de la cinta	W =	1,20 Kg.	Temperatura	T =	39 °
Tensión aplicada	P =	5,40 Kg.	Dif. De altura	$\Delta h =$	12,0 m
Sección Transversal	A =	2,10 mm <sup>2</sup>	Nº de tramos	n =	5

Error por Catenaria

$$C = \frac{-W^2 \times L}{24 \times P^2} \quad C = \frac{-1,20^2 \times 50,00}{24 \times 5,40^2} = \frac{-72,00}{699,84} = -0,103 \text{ m}$$

Error por Tensión

$$T = \frac{P \times L}{A \times E} \quad T = \frac{5,40 \times 50,00}{2,10 \times 20400} = \frac{270,00}{42840,00} = 0,006 \text{ m}$$

Error por Temperatura  $Te = K \times L \times (t^\circ - 20^\circ)$

$$Te = 0,000012 \times 50 \times (39 - 20) = 0,011 \text{ m}$$

Longitud corregida de la cinta  $Lr = Ln + C + T + Te$

$$Lr = 50,00 \text{ m} - 0,013 \text{ m} + 0,006 \text{ m} + 0,011 \text{ m} = 49,915 \text{ m}$$

Distancia medida  $Di = Lr \times n$

$$Di = 49,915 \text{ m} \times 5 = 249,574 \text{ m}$$

Corrección por Pendiente

$$Eg = \frac{\Delta h^2}{2L}$$

$$Eg = \frac{12,00^2}{2 \times 249,574} = \frac{144,00}{499,148} = 0,288 \text{ m}$$

Distancia Horizontal

$$Dh = Lm - Eg$$

$$Dh = 249,574 \text{ m} - 0,288 \text{ m} = 249,286 \text{ m}$$

## 3.11. EJERCICIOS

1. Calcular las distancias horizontales y las diferencias de altura, en las siguientes mediciones efectuadas con teodolito y mira vertical.

	ANGULOS MEDIDOS						HILOS LEIDOS	
	ZENITAL: $\phi$			ELEVACION: $\alpha$				
P.V.	°	'	"	°	'	"	LS	LI
1	82	53	25				3,246	2,265
2	102	14	39				2,851	1,792
3				3	22	57	2,570	1,428
4				-11	38	18	2,694	1,836

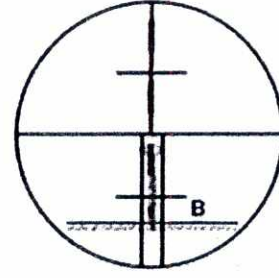
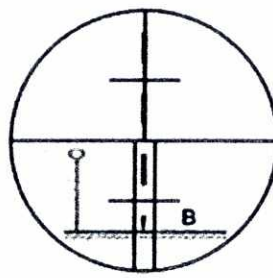
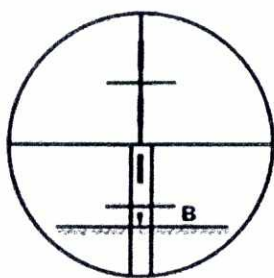
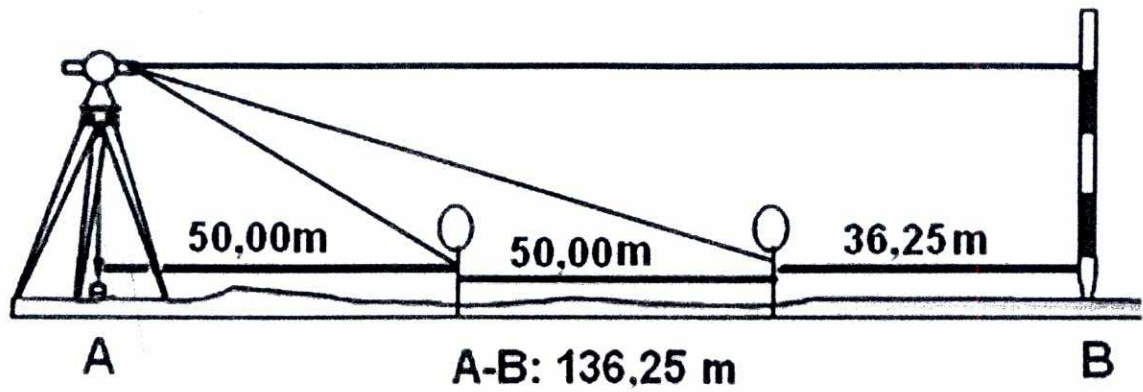
P.V.	ANGULO ZENITAL: $\phi$			HILO SUPER.	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ. $100 \times L \times \text{Sen}^2 \phi$
	°	'	"	LS	LI	$L = LS - LI$	DH
1							
2							

P.V.	ANG. ELEVACION $\alpha$			HILO SUPER.	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ. $100 \times L \times \text{Cos}^2 \alpha$
	°	'	"	LS	LI	$L = LS - LI$	DH
3							
4							

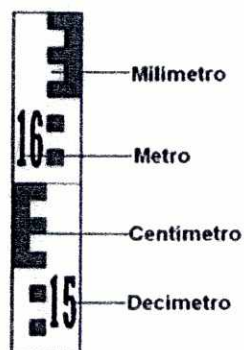
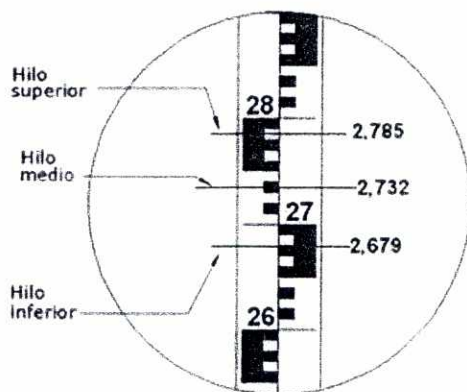
P.V.	DOBLE ANGULO ZENITAL: $2\phi$			DIFER. HILOS	DIF. ALTURA $50 \times L \times \text{Sen} 2\phi$
	°	'	"	L	$\Delta H$
1					
2					

P.V.	DOBLE ANGULO ELEV.: $2\alpha$			DIFER. HILOS	DIF. ALTURA $50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha$
	°	'	"	L	$\Delta H$
3					
4					

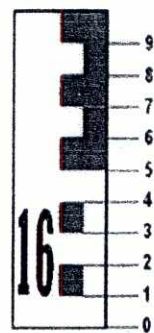
## Medición de distancias con cinta alineadas con teodolito, jalón y fichas



## Lectura de la mira vertical

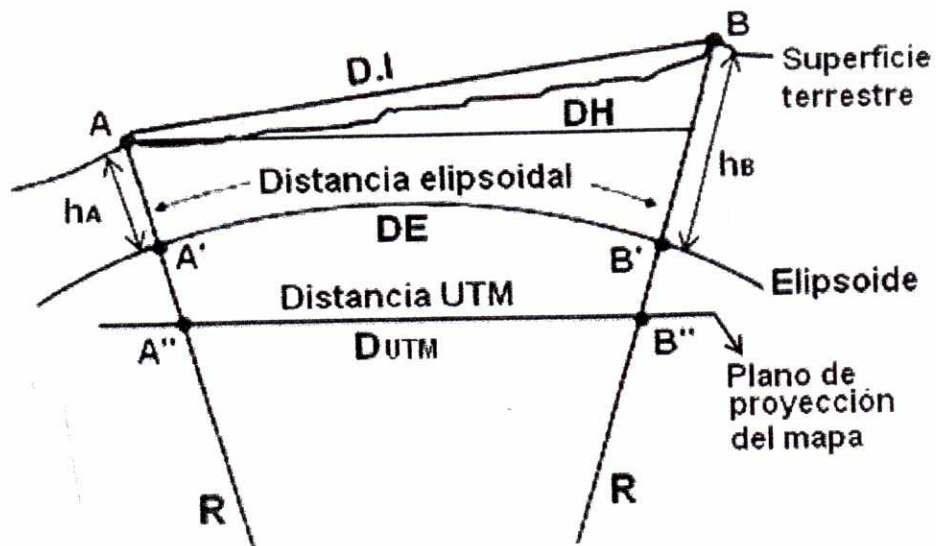


Unidades de medida



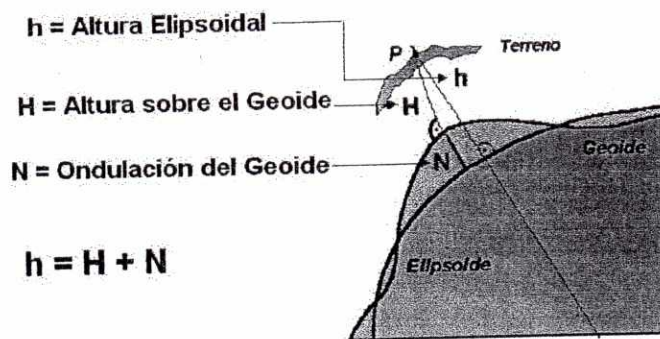
División en centímetros

## Reducción de distancias inclinadas (DI) a distancias UTM(DUTM)



DA-B	DHA-B	DE	DUTM
5000,00 m	4.992,15 m	4.991,25 m	4.989,78 m

## Medición de alturas con GPS





- 
2. Se midió, entre dos puntos, una distancia inclinada  $DI = 472,851$  m, utilizando un equipo IEDM. Si el desnivel entre los puntos es de  $\Delta H = 35,080$  m. Calcule la distancia horizontal  $DH = ?$ .
  
  3. Con una cinta de longitud  $L: 50,00$  m se midió una distancia  $D: 240,80$ m, sobre una pendiente  $P: 12\%$ . ¿Cuál fue la distancia horizontal medida  $DH: ?$
  
  4. Un distanciómetro tiene una precisión  $\delta: 6 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$ . ¿Cuál es el error al medir una distancia  $D: 1.950,00$  m?
  
  5. Se midió una distancia de  $642,965$  m con una estación total que tiene una precisión de  $\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$ . El instrumento tuvo un error de centrado de  $\pm 4$ mm y el error en el descentrado del prisma fue de  $\pm 6$  mm. ¿Cuál fue el error total de la distancia.

6. Con un teodolito y un distanci6metro se midieron distancias inclinadas (DI) y 6ngulos cenitales y de elevaci6n. Calcule las distancias horizontales (DH)

	Angulo Cenital			Dist. Incl. m	DH
	°	'	"	DI	$DH = DI \times \text{Sen}\phi$
$\phi$	76	25	58	196,473	
$\phi$	127	34	17	324,157	
	Angulo de Elevaci6n			Dist. Incl. m	DH
	°	'	"	DI	$DH = DI \times \text{Cos}\alpha$
$\alpha$	9	40	26	472,466	
$\alpha$	-21	56	38	242,957	

7. Con una cinta de acero de 50,00 m, se midi6 una distancia sobre un plano inclinado en 5 tramos, en las condiciones abajo indicadas. Calcular la distancia horizontal.

Peso de la cinta	W =	1,30 Kg.	Temperatura	T =	39 °
Tensi6n aplicada	P =	6,20 Kg.	Dif. De altura	$\Delta h =$	14,0 m
Secci6n Transversal	A =	1,80 mm <sup>2</sup>	N6 de tramos	n =	5

8. Con una cinta de acero de 50,00 m, se midi6 una distancia sobre un plano inclinado en 5 tramos, en las condiciones abajo indicadas. Calcular la distancia horizontal.

Peso de la cinta	W =	2,10 Kg.	Temperatura	T =	38°
Tensi6n aplicada	P =	4,80 Kg.	Pendiente	P =	12 %
Secci6n Transversal	A =	1,90 mm <sup>2</sup>	N6 de tramos	n =	5



11

## Tema N°

## 4

## MEDICION DE ANGULOS

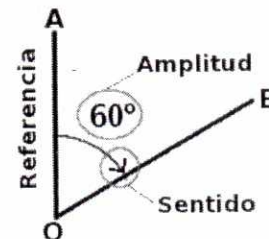
## 4.1. INTRODUCCION A LAS MEDICIONES ANGULARES

En topografía la determinación de puntos y la orientación de líneas depende con frecuencia de la medida de ángulos, estos pueden ser ángulos horizontales o ángulos verticales, dependiendo del plano donde se midan. Los ángulos horizontales se utilizan para determinar rumbos o acimut. Los ángulos verticales (o cenitales), se utilizan para calcular diferencias de altura (o alturas verticales) y para reducir distancias inclinadas al horizonte.

Medir un ángulo significa, en topografía, dar valores angulares con un instrumento llamado teodolito, a dos o más direcciones y luego restarlas convenientemente entre sí para hallar el valor del ángulo diedro comprendido entre ellas, cuya arista es la vertical del instrumento utilizado.

Existen tres condiciones que definen un ángulo:

1. Una línea de referencia
2. El sentido del giro
3. La amplitud, valor del ángulo o distancia angular



## 4.2. MEDICIÓN DE ÁNGULOS HORIZONTALES

**DEFINICIÓN** **ANGULO HORIZONTAL:** es el ángulo diedro formado por los planos verticales  $\pi$  y  $\phi$  que pasan por los puntos P y Q y la estación E, medido sobre el plano horizontal  $\delta$  donde se encuentra en círculo horizontal o goniómetro.

Por definición los ángulos horizontales se miden hacia la derecha, en sentido de las agujas del reloj, desde el punto de orientación o punto de partida hacia el punto a medir.

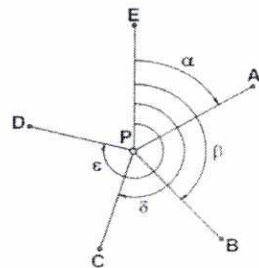


#### 4.2.1. Método de Bessel simple

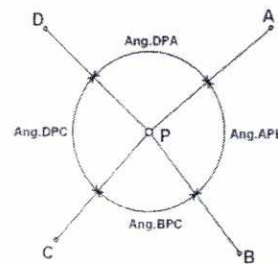
Dado que el teodolito, como cualquier instrumento de medición, está provisto de errores sistemáticos, se ha creado una metodología para medir las direcciones que tienden a eliminar o minimizar tales imperfecciones llamada **método de Bessel**. Éste método consiste en efectuar determinaciones angulares en las dos posiciones que tiene el teodolito: **Posición Directa (PI)** que se identifica cuando el limbo vertical esta a la izquierda del anteojo, y **Posición Inversa (PII)** que se identifica cuando el limbo vertical esta a la derecha del anteojo. De esta manera se elimina el error de excentricidad de la alidada, efectos axiales de colimación y eje secundario, y se reducen errores de lectura y puntería.

Cuando se mide un ángulo horizontal en las dos posiciones del anteojo la diferencia entre la lectura en posición directa y la lectura en posición inversa es de  $180^\circ$ .

Entre los métodos para medir ángulos horizontales se encuentran dos métodos: método de las direcciones o de las series y el método de los sectores o de los ángulos.



Método de las direcciones



Método de los sectores

#### 4.2.2. Método de las Direcciones o de las Series

Se utiliza cuando se necesita observar varios puntos desde una misma estación. Por este método se observan los puntos uno después de otro, y para cada puntería se lee en círculo horizontal.

El proceso se inicia apuntando el punto de salida e introduciendo en el teodolito una lectura cercana a  $0^\circ 00' 00''$ , luego se gira hacia la derecha y se van visando los puntos restantes, en la posición directa del anteojo, uno después de otro tomando en cada uno la lectura del círculo horizontal.

Después de la lectura de la última observación se gira el anteojo a la posición inversa y se observan los mismos puntos en sentido contrario, tomando las respectivas lecturas. Estas mediciones forman una serie. Si la precisión del trabajo requiere un mayor número de series, se inicia de nuevo el proceso cambiando el proceso en la lectura inicial.

Reducidas las lecturas, cada ángulo se deduce como la diferencia de dos direcciones.

#### 4.2.3. Método de los Sectores o de los Ángulos

Se sigue el mismo procedimiento que en el método de los sectores, solamente que cada serie se limita a las dos direcciones que forma un ángulo.

#### 4.2.4. Comparación entre ambos métodos

Cada método tiene sus ventajas y desventajas:

- El método de las series tiene la ventaja de la rapidez de las mediciones. Este método tiene la desventaja que si por alguna razón el teodolito se mueve, descala o una estación no es visible en ese momento se pierde la serie.
- El método de los sectores, exige un movimiento limitado del operador del teodolito, evitando el descalado del teodolito. La medición de ángulos permite hacerlas series en orden conveniente eliminando el problema de las series incompletas.

### 4.3. MEDICIÓN DE ÁNGULOS VERTICALES

**DEFINICIÓN** **ÁNGULO VERTICAL:** es la diferencia de dirección entre dos líneas que se cortan en un plano vertical. Los ángulos que se miden hacia arriba del plano horizontal que pasa por la estación se llama ángulo de elevación. Los medidos hacia abajo se llaman ángulos de depresión.

La mayoría de los teodolitos modernos están diseñados para medir los ángulos cenitales ( $\phi$ ). El ángulo se mide en un plano vertical desde el zenit al punto observado. El ángulo de elevación ( $\alpha$ ) se calcula por la formula:

Angulo de Elevación:

$$\alpha = 90^\circ - \phi$$

La suma de los ángulos verticales en las dos posiciones del anteojo suma  $360^\circ$ . En el caso que se midan varias series angulares, el ángulo cenital se calcula:

Series de Ángulos Cenitales

$$\phi = \frac{\sum \phi_D}{N} + \frac{N \times 360^\circ - (\sum \phi_D + \sum \phi_I)}{2N}$$

---

Donde  $\Sigma\phi_D$  = Suma de los ángulos verticales en posición directa  
 $\Sigma\phi_I$  = Suma de los ángulos verticales en posición inversa  
N = Número de series medidas

#### 4.4. ERRORES EN LAS MEDICIONES DE ÁNGULOS

Los errores se dividen en tres categorías: personales, instrumentales y naturales.

##### 4.4.1. Errores Personales

- El instrumento se colocó sin centrarse sobre el punto estación
- Error al no apuntar exactamente al punto visado
- Asentamiento desigual del trípode
- Enfoque imperfecto del anteojo (paralaje)
- Errores al leer los círculos o la pantalla del instrumento
- Instrumento mal nivelado

##### 4.4.2. Errores Instrumentales

Estos ocurren generalmente por desajustes de los instrumentos, pero el error se corrige haciendo lecturas de ángulos en las dos posiciones del anteojo.

##### 4.4.3. Errores Naturales

- Cambios de temperatura, los rayos del sol calientan el instrumento y por tanto este tiende a desnivelarse, esto se puede evitar utilizando una sombrilla o midiendo de noche.
- Refracción horizontal, se evita apartando las visuales de objetos que irradian un calor considerable.
- Viento, este tiende a mover los instrumentos y las miras, en este caso se deben proteger los instrumentos lo mejor posible, y de ser necesario medir en días con poco viento.



#### 4.5. RELACIONES ANGULO - DISTANCIA

Es lógico que en un levantamiento topográfico los ángulos y las distancias se midan con grados comparables de precisión. No es razonable dedicar un gran esfuerzo para obtener una elevada precisión en la medición de distancias y no hacer lo mismo en la medición de ángulos, y viceversa.

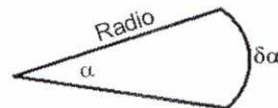
Para evaluar el efecto de los errores, es útil conocer las relaciones entre ángulos y distancias, mediante la fórmula:  $\delta\alpha = \alpha \text{radianes} \times \text{radio}$

1' de arco = 3 cm a 100 m  
1' de arco = 29 cm a 1000 m

1" de arco = 1 mm a 200 m  
1" de arco = 5 mm a 1.000 m

Error angular	Precisión angular
5'	1/688
1'	1/3440
30"	1/6880
10"	1/20600
1"	1/206000

Tabla 4.1. Precisión de la medición angular



#### 4.6. INSTRUMENTOS PARA LA MEDICIÓN DE ÁNGULOS

El teodolito sirve para medir direcciones angulares a dos o más puntos, así como ángulos verticales a tales direcciones; estas medidas se refieren a un plano horizontal que pasa por el punto de observación.

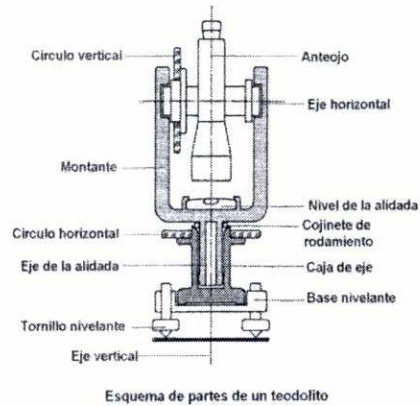
##### 4.6.1. Partes de un teodolito

Un teodolito se compone esencialmente de la base, el limbo, la alidada y el antejo.

- A. **LA BASE:** El conjunto base está compuesto por la base nivelante que es una plataforma que soporta a la alidada, posee una rosca para la sujeción al trípode, un nivel esférico para el calado aproximado o calado grueso, tres tornillos calantes para la nivelación del aparato, y solidario al mismo, el limbo o círculo horizontal.
- B. **EL LIMBO:** es la circunferencia de vidrio graduada en un disco de vidrio, se ubica dentro del hueco cilíndrico de la base.



**C. LA ALIDADA:** es una pieza que puede rotar sobre su eje llamado vertical (principal o de rotación), está comprendida por los montantes que sustentan el eje horizontal (secundario o de basculación) al cual van fijados el anteojo y el círculo vertical. También forman parte de ella los dispositivos de lectura de los círculos horizontal y vertical, el nivel tubular (o nivel de la base) para el calado preciso o calado fino, y los tornillos de fijación de la alidada y el anteojo.

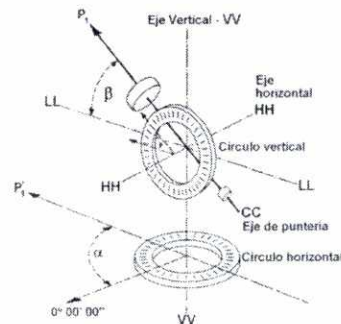


**D. EL ANTEOJO:** está compuesto por el objetivo (parte anterior), el ocular (parte posterior) donde se visualiza el objeto a visar, el anillo de enfoque, el visor de puntería, el retículo donde se forma la imagen del objeto y la cruz con los hilos estadimétricos. Los aumentos del anteojo varían según la marca y tipo de teodolito puede variar entre 15x a 30x.

#### 4.6.2. Disposición de los ejes

El teodolito posee una serie de ejes:

- **VV** eje vertical de rotación de la alidada
- **LL** eje del nivel tubular
- **HH** eje horizontal basculante del anteojo
- **CC** eje de puntería o de colimación



Para permitir una medición precisa el sistema de ejes del teodolito debe cumplir con las siguientes condiciones:

1. **LL  $\perp$  VV:** el eje del nivel de la alidada debe estar perpendicular al eje de rotación.
2. **CC  $\perp$  HH:** el eje de puntería o de colimación debe ser perpendicular al eje de basculación del anteojo.
3. **HH  $\perp$  VV:** el eje de basculación debe ser perpendicular al eje vertical de rotación.

Los instrumentos modernos son muy estables y conservan sus ajustes aún después de muchos años de servicio. Sin embargo, es aconsejable un control del instrumento, en una empresa especializada, sobre todo después de golpes por accidentes, largas jornadas de trabajo, manipulación descuidada.

#### 4.6.3. Puesta en estación de un teodolito

La puesta en estación y nivelación del teodolito comprende los siguientes pasos:

1. Extender las patas del trípode y nivelar a ojo su plataforma.
2. Colocar el teodolito sobre la plataforma del trípode y sujetarlo con el tornillo de sujeción.
3. Fijar en el terreno una de las patas del trípode y pivotear con las otras dos patas el instrumento hasta calar aproximadamente la burbuja esférica teniendo en cuenta la centración de la plomada óptica o física en la marca del punto estación.
4. Una vez efectuado el calado aproximado, se procede a nivelar el teodolito en una forma más precisa para determinar el plano horizontal de referencia. Esto se logra con el nivel tubular siguiendo una serie de posiciones:
  - i) Poner el nivel tubular en dirección a dos tornillos calantes y centrar la burbuja moviendo ambos tornillos hacia adentro o hacia afuera al mismo tiempo.
  - ii) Una vez centrada la burbuja en la posición de i), se gira la alidada  $90^\circ$  en sentido horario y se nivela la burbuja con el tornillo calante que resta.
  - iii) Para corroborar la nivelación del plano de referencia se vuelve a girar la alidada  $90^\circ$  en sentido horario y la burbuja debería estar centrada o calada, de lo contrario el teodolito está provisto de errores sistemáticos.

#### 4.6.4. Tipos de teodolitos

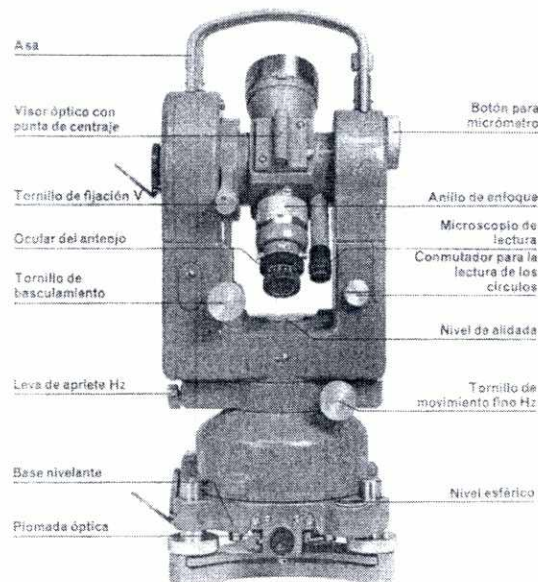
Los teodolitos se dividen en dos categorías básicas: teodolitos repetidores o de doble centro, y teodolitos direccionales o repetidor.

1. **TEODOLITOS REPETIDORES:** están equipados con un mecanismo de doble eje acimutal, la alidada puede inmovilizarse sobre el limbo por medio de un tornillo de fijación. En forma semejante el limbo puede ser inmovilizado dentro de la base por un tornillo de fijación. Esto permite el

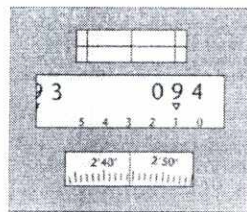


movimiento solidario del limbo y la alidada alrededor del eje vertical, de esta forma es posible para el visado de un punto ingresar cualquier lectura angular, antes de fijar la visual sobre el punto. Este diseño permite repetir los ángulos horizontales y acumularlos directamente en el círculo del instrumento.

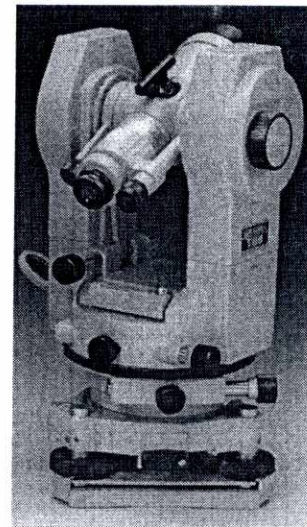
2. **TEODOLITOS REITERADORES:** tienen un mecanismo sencillo de eje acimutal, la alidada gira dentro del cilindro de la base y puede ser inmovilizada por medio de un tornillo de presión. Tienen un tornillo para el movimiento del círculo horizontal, que permite colocar el círculo en cualquier lectura angular deseada. Son apropiados para la medición angular por direcciones.



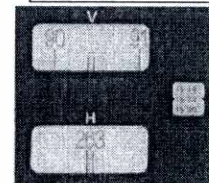
Teodolito Universal Wild T2



Teodolito Wild T2

 $94^{\circ} 12' 44''$ 

Teodolito Sokia TM6

 $263^{\circ} 15' 24''$ 

3. **TEODOLITOS ELECTRÓNICOS:** en estos instrumentos los círculos graduados han sido sustituidos por codificadores de lectura electrónica, con microprocesadores integrados para calcular los ángulos. Los Teodolitos electrónicos pueden leer y registrar en forma automática los ángulos horizontales y verticales. Las lecturas del círculo se pueden fijar en cero con solo pulsar un botón. Los ángulos pueden repetirse cualquier número de veces en las dos posiciones del anteojo y se obtiene los

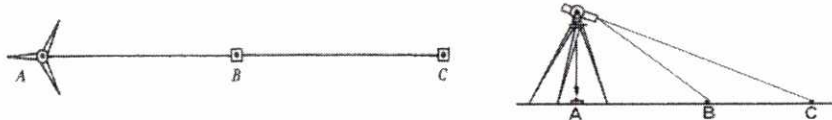
promedios. Su diseño y apariencia es similar a los teodolitos ópticos, su instalación y calado es igual, variando únicamente la forma como resuelven y exhiben los valores de los ángulos.

## 4.7. DIVERSOS USOS DEL TEODOLITO

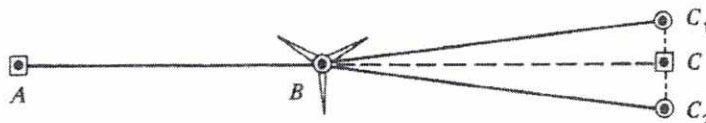
### 4.7.1. Prolongación de una línea

Este problema se presenta cuando un punto C debe quedar sobre una recta AB. Existen dos métodos para prolongar la línea AB hasta C:

1. Se estaciona un teodolito en el punto A y se visa el punto B, se levanta un poco el lente, que debe mantener el alineamiento AB, luego se va moviendo un objeto fino (punta de lápiz o ficha) hasta que quede sobre el hilo vertical del lente del teodolito, y se marca sobre el terreno, se mide la distancia BC y se define el punto C, este será la prolongación de AB.

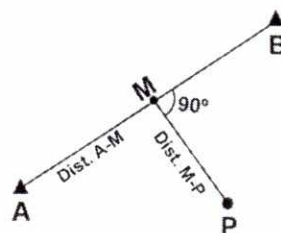


2. Se estaciona el teodolito sobre B y se visa A, se gira el lente (movimiento de cabeceo) y se marca el punto  $C_1$ . Se gira la alidada y se visa nuevamente A (posición inversa) se cabecea nuevamente el lente (con lo cual regresa a la posición directa) y se marca el punto  $C_2$ . Se mide la distancia  $C_1 - C_2$ , el punto C se encontrará a la mitad de la distancia entre  $C_1 - C_2$ .



### 4.7.2. Trazado de Perpendiculares

Ocurre muchas veces en el replanteo de obras la necesidad de trazar una línea perpendicular a una recta conocida. Se estaciona un teodolito en A y se visa B, sobre esa recta AB desde A se mide y marca la distancia al punto M (Dist.A-M).

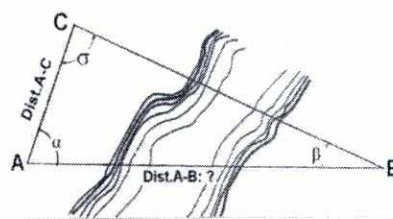




Luego se estaciona el teodolito en M, y se orienta al punto A, se mide un ángulo de  $90^\circ$ , y se obtiene la dirección a perpendicular a A-B, entonces se miden la distancia al punto P (Dist.M-P). Dependiendo de la precisión para el replanteo, el ángulo de  $90^\circ$  se debe medir en las dos posiciones del anteojo (directa e inversa) y las distancias se miden con cinta de acero de calidad.

#### 4.7.3. Determinación de una distancia entre dos puntos

El problema se presenta cuando se quiere medir una distancia A-B y se presenta un obstáculo (ejemplo un río) que impide medir la distancia directamente. Se procede así: se ubica un punto A, de donde sea visible B. Se centra un teodolito en A orientado hacia C y se mide el ángulo CAD ( $\alpha$ ) y una distancia determinada Dist.A-C, luego se coloca el teodolito en el punto C y se mide el ángulo BCA ( $\sigma$ ).

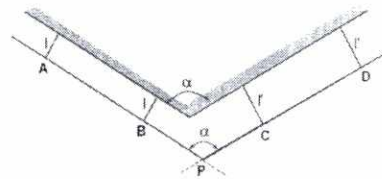


$$\text{Dist.A-B} = \frac{\text{Sen } \sigma}{\text{Sen } \beta} \times \text{Dist.A-C} \quad \text{donde: } \beta = 180^\circ - \sigma - \alpha$$

#### 4.7.4. Medición de un ángulo cuando el teodolito no se puede colocar en el vértice

Este problema se presente cuando se requiere medir el ángulo formado por los dos muros de una edificación.

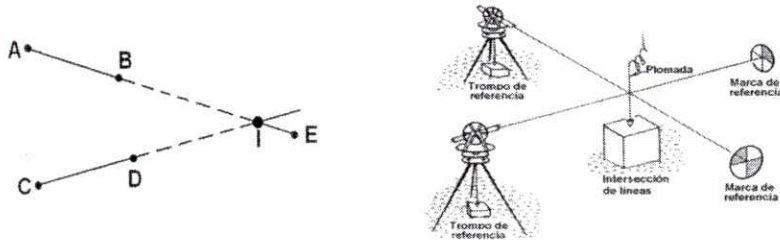
Se trazan dos líneas paralelas al muro, A-B separada una distancia I, y C-D separada I', donde la separación del muro de ambas líneas sea igual,  $I = I'$ .



Sobre el punto de intersección de ambas líneas (P), se estaciona un teodolito y se mide el ángulo ABD, este será el ángulo  $\alpha$  requerido.

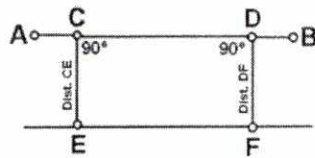
#### 4.7.5. Intersección de líneas

El problema consiste en determinar la intersección de dos líneas existentes en el terreno. Se coloca un teodolito en A y se orienta sobre B, se prolonga la línea AB hasta el punto E, y se tensa un hilo sobre B-E. Luego se ubica el teodolito en C y se orienta sobre D, con el movimiento vertical del anteojo, se intercepta el hilo estadimétrico vertical del retículo con el hilo tensado, en ese punto se coloca una marca que corresponde a la intersección de las líneas.

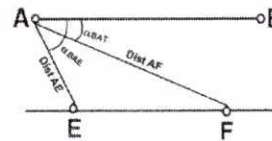


#### 4.7.6. Trazado de líneas paralelas

Hay dos formas de trazar una paralela a una línea por replanteo por abscisas y ordenadas ver sección anterior, o por ángulo y distancia. Para el segundo método con las coordenadas de los puntos A, B, E y F se calculan los ángulos  $\alpha_{BAF}$  y  $\alpha_{BAE}$ , así como las distancias Dist.AF y Dist.AE. Estacionando un teodolito o estación total en A se replantean E y F, ver sección 9.4.1.



Paralela por abscisa y ordenada



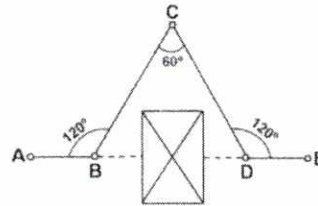
Paralela por ángulo y distancia

#### 4.7.7. Alineaciones cuando se presentan obstáculos

En el trazado de líneas pueden atravesarse obstáculos, edificios, árboles, torres de tendidos eléctricos, que impiden darle continuidad al alineamiento. Aquí se presentan tres métodos que se utilizan para prolongar una línea salvando un obstáculo.

1. **MÉTODO DEL TRIANGULO EQUILÁTERO:** para prolongar la línea AB, se coloca un teodolito en B y se mide un ángulo de  $120^\circ$  y se mide una distancia BC, para ubicar el punto C desde donde debe haber visibilidad a la prolongación de la línea AB.

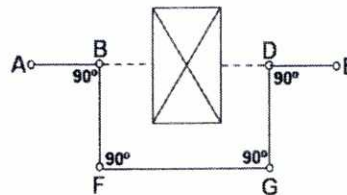
Se mueve el teodolito a C y orientando hacia B se mide un ángulo de  $60^\circ$  y se mide una línea  $CD = BC$  y se coloca D.



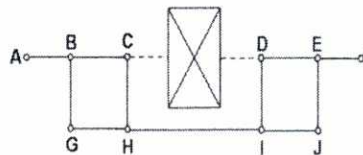
Se coloca el teodolito en D y orientando hacia C se mide un ángulo de  $120^\circ$ , sobre esa línea se coloca el punto E. La línea DE será la prolongación de AB.

2. **MÉTODO DE LAS NORMALES:** para prolongar la línea AB, se colocando sucesivamente el teodolito en B, F, G y D midiendo  $90^\circ$  en cada estación.

La distancia BF debe ser igual a DG ( $BF = DG$ ) y la distancia FG debe ser lo suficientemente larga para salvar el obstáculo.



3. **MÉTODO DE LAS NORMALES CON PRISMA Y CINTA:** para evitar la medición de los cuatro ángulos, con visuales cortas y, en consecuencia cometer grandes errores, se puede recurrir a un alineamiento paralelo, utilizando un prisma de agrimensor y una cinta métrica de buena calidad.



Este método es muy útil para la mayoría de los trabajos de replanteos de poca precisión en ingeniería.

## 4.8. EJEMPLOS

### 1. Medición de ángulos

1ra. Serie	EST. P1	POSICION DIRECTA			EST. P2	POSICION INVERSA			PROMEDIO		
	P.V.	°	'	"	P.V.	°	'	"			
	P4	0	30	0	P4	180	30	2	°	'	"
	P2	122	31	5	P2	302	31	42	122	1	22
	DIF.	122	1	5	DIF.	122	1	40			

2da. Serie	EST. P1	POSICION DIRECTA			EST. P2	POSICION INVERSA			PROMEDIO		
	P.V.	°	'	"	P.V.	°	'	"			
	P4	60	10	0	P4	240	10	1	°	'	"
	P2	182	11	20	P2	2	11	50	122	1	35
	DIF.	122	1	20	DIF.	122	1	49			

3ra. Serie	EST. P1	POSICION DIRECTA			EST. P2	POSICION INVERSA			PROMEDIO		
	P.V.	°	'	"	P.V.	°	'	"			
	P4	90	30	0	P4	270	30	5	°	'	"
	P2	212	31	10	P2	32	31	23	122	1	14
	DIF.	122	1	10	DIF.	122	1	18			

ANGULOS CALCULADOS			
	°	'	"
1ra. Serie	122	1	22
2da. Serie	122	1	35
3ra. Serie	122	1	14

ANGULO PROMEDIO		
°	'	"
122	1	24



## 2. Cálculo de una serie angular

P.V.	POSICION DIRECTA			POSICION INVERSA			PROMEDIO			REDUCIDO		
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	0	14	10	180	14	20	0	14	15	0	0	0
2	68	28	40	248	28	30	68	28	35	68	14	20
3	140	31	24	320	31	20	140	31	22	140	17	7
4	214	54	49	34	54	13	214	54	31	214	40	16

ANGULOS	°	'	"
ANGULO 2-1	68	14	20
ANGULO 3-2	72	2	47
ANGULO 4-3	74	23	9
ANGULO 4-1	145	19	44
SUMA ANGULAR	360	0	0

Nota:

\* Se le Resta  $360^\circ + 180^\circ / 2$ .\* Se suma  $360^\circ - 180^\circ / 2$ .

Si la directa es mayor q' la inversa.

\* Para sacar el Residuo se resta el  $5^\circ$  del promedio con los de abajo.

## 3. Cálculo de una serie angular

P.V.	POSICION DIRECTA			POSICION INVERSA			PROMEDIO			REDUCIDO		
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	0	20	0	180	20	20	0	20	10	0	0	0
2	138	32	20	318	32	46	138	32	33	138	12	23
3	234	45	24	54	45	36	234	45	30	234	25	20
4	296	18	2	116	18	30	296	18	16	295	58	6

ANGULOS	°	'	"
ANGULO 2-1	138	12	23
ANGULO 3-2	96	12	57
ANGULO 4-3	61	32	46
ANGULO 4-1	64	01	54
SUMA ANGULAR	360	0	0

## 4. Cálculo de 3 series angulares

1ra. Serie	POSICION DIRECTA				POSICION INVERSA			PROMEDIO			REDUCIDO		
	P.V.	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
	1	0	14	10	180	14	20	0	14	15	0	0	0
	2	68	28	40	248	28	30	68	28	35	68	14	20
	3	148	31	24	328	31	20	148	31	22	148	17	7
	4	214	54	49	34	54	13	214	54	31	214	40	16
	5	350	6	42	170	6	58	350	6	50	349	52	35

2da. Serie	POSICION DIRECTA				POSICION INVERSA			PROMEDIO			REDUCIDO		
	P.V.	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
	1	60	24	22	240	24	16	60	24	19	0	0	0
	2	128	38	30	308	38	42	128	38	36	68	14	17
	3	208	41	28	28	41	14	208	41	21	148	17	2
	4	275	4	42	95	4	10	275	4	26	214	40	7
	5	49	16	11	229	16	47	49	16	29	349	52	10

3ra. Serie	POSICION DIRECTA				POSICION INVERSA			PROMEDIO			REDUCIDO		
	P.V.	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
	1	90	34	34	270	34	16	90	34	25	0	0	0
	2	158	48	42	338	48	14	158	48	28	68	14	3
	3	238	51	36	58	51	48	238	51	42	148	17	17
	4	305	14	28	125	14	42	305	14	35	214	40	15
	5	79	26	58	259	26	42	79	26	50	349	52	25

RED. PROMEDIO			
P.V.	°	'	''
1	0	0	0
2	68	14	13
3	148	17	9
4	214	40	13
5	349	52	23

ANGULOS			
	°	'	''
ANGULO 2-1	68	14	13
ANGULO 3-2	80	2	56
ANGULO 5-4	135	12	10
ANGULO 5-4	135	12	10
ANGULO 5-1	10	7	37
SUMA ANGULAR	360	0	0

## 5. Cálculo de dos series de ángulos verticales

	1ra. Serie			2da. Serie		
	°	'	"	°	'	"
ΦD	70	00	10	70	00	34
ΦI	289	59	14	289	59	42

$$\text{Angulo Cenital } \phi = \frac{\sum \phi_D}{n} + \frac{n \times 360^\circ - (\sum \phi_D + \sum \phi_I)}{2n}$$

$$\phi = \frac{140^\circ 00' 44''}{2} + \frac{2 \times 360^\circ - (140^\circ 00' 44'' + 579^\circ 58' 56'')}{2 \times 2}$$

$$\phi = 70^\circ 00' 22'' + \frac{720^\circ - 719^\circ 59' 40''}{4}$$

$$\phi = 70^\circ 00' 22'' + 0^\circ 00' 05'' = 140^\circ 00' 27''$$

## 6. Cálculo de tres series de ángulos verticales

Series	P.D.	°	'	"		P.I.	°	'	"
1ra. serie	ΦD1	92	36	24		ΦI1	267	23	26
2da. Serie	ΦD2	92	36	10		ΦI2	267	23	6
3ra. serie	ΦD3	92	36	20		ΦI3	267	23	10
	ΣΦD	277	48	54		ΣΦI	802	09	42

$$\text{Angulo Cenital } \phi = \frac{\sum \phi_D}{n} + \frac{n \times 360^\circ - (\sum \phi_D + \sum \phi_I)}{2n}$$

$$\phi = \frac{277^\circ 48' 54''}{3} + \frac{3 \times 360^\circ - (277^\circ 48' 54'' + 802^\circ 09' 42'')}{2 \times 2}$$

$$92^\circ 36' 18'' + \frac{1080^\circ - 1079^\circ 59' 26''}{6}$$

$$92^\circ 36' 18'' + 0^\circ 00' 14'' = 92^\circ 36' 32''$$

## 4.9. EJERCICIOS

## 1. Medición de ángulos

1ra. Serie	EST.	POSICION		
	2	DIRECTA		
	PTO	°	'	"
	1	0	20	0
	3	162	48	26
Dif.		162° 28' 26"		

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
180	20	2
342	48	40
162° 28' 38"		

PROMEDIO		
°	'	"
162° 28' 32"		

2da. Serie	EST.	POSICION		
	2	DIRECTA		
	PTO	°	'	"
	1	60	30	0
	3	222	58	16
Dif.		162° 28' 16"		

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
240	30	2
42	58	30
162° 28' 28"		

PROMEDIO		
°	'	"
162° 28' 22"		

*D 501, 500"*  
*420 58' 30*  
*360*  
*402*

ANGULOS CALCULADOS				
	°	'	"	
1ra. Serie	162° 28' 32"			
2da. Serie	162° 28' 22"			

ANG. PROM.		
°	'	"
162 28 32		



## 2. Calcule la serie angular

1ra. Serie	Pos. Directa				Pos. Inversa			Promedio			Reducido		
	PTO	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
	1	0	10	0	180	10	20	0° 10' 10"			0° 0' 0"		
	2	124	45	20	304	45	46	124° 45' 33"			124° 35' 23"		
	3	245	36	24	65	36	36	245° 36' 30"			245° 26' 20"		
	4	302	23	2	122	23	30	302° 23' 16"			302° 13' 06"		

2da. Serie	Pos. Directa				Pos. Inversa			Promedio			Reducido		
	PTO	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
	1	60	20	16	240	20	28	60° 20' 22"			00° 00' 00"		
	2	184	55	35	4	55	45	184° 55' 40"			184° 35' 15"		
	3	305	46	20	125	46	34	305° 46' 24"			245° 05' 05"		
	4	2	33	12	182	33	20	02° 33' 16"			302° 13' 21"		

Reducido Promedio			
PTO	°	'	"
1	0	10	10
2	124	35	23
3	245	26	20
4	302	13	06

Ángulos Internos			
	°	'	"
Angulo 2-1	124	35	28
Angulo 3-2	120	50	52
Angulo 4-3	56	46	47
Angulo 4-1	51	47	00
Suma Angular			

180° 170° 170°

3. Calcule la siguiente serie de ángulos verticales

Series	P.D.	°	'	"		P.I.	°	'	"
1ra. serie	$\Phi_{D1}$	72	43	14		$\Phi_{I1}$	287	16	6
2da. Serie	$\Phi_{D2}$	72	43	26		$\Phi_{I2}$	287	16	12
3ra. serie	$\Phi_{D3}$	72	43	38		$\Phi_{I3}$	287	16	25
	$\Sigma \Phi_D$	218° 10' 18"				$\Sigma \Phi_I$	861° 48' 43"		

$$\Phi = \frac{281^{\circ} 10' 18''}{3} + \frac{3 \times 360^{\circ} + (281^{\circ} 10' 18'' + 861^{\circ} 48' 43'')}{6}$$

$$\Phi = 93^{\circ} 43' 26'' + \frac{1080^{\circ} 0' 0'' - 1142^{\circ} 59' 1''}{6}$$

$$\Phi = 93^{\circ} 43' 26'' + (-10^{\circ} 29' 50'')$$

$$\Phi = 83^{\circ} 13' 36'' \quad \times$$



## Tema N°

## 5

## SISTEMAS DE COORDENADAS

## 5.1. INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE COORDENADAS

**DEFINICIÓN SISTEMA DE COORDENADAS:** es simplemente un conjunto de valores y puntos que permiten definir unívocamente la posición de cualquier punto de un espacio euclideo.

Las coordenadas se usan para identificar ubicaciones sobre la superficie de la tierra. Están basadas en medidas de desplazamiento desde alguna ubicación, de la cual se conocen sus coordenadas.

El sistema de referencia que se utiliza en topografía, es un sistema plano con origen en el punto de estación. El plano sobre el que se sitúa el sistema de coordenadas es el plano tangente a la superficie terrestre en dicho punto.

Los ejes del sistema de coordenadas planimétricas son:

Eje Y - Transformada del meridiano que pasa por el punto de estación. El eje Y coincide con la dirección del Norte Geográfico.

Eje X - Perpendicular al eje Y. El eje X coincide con el Este

A partir de los datos obtenidos en una observación topográfica se obtienen las coordenadas planimétricas (N: norte y E: este) de un punto con respecto a otro. La coordenada altimétrica la denominaremos H

Existen tres tipos de sistemas coordenadas:

- Coordenadas Geodésicas o Geográficas
- Coordenadas rectangulares planas
- Coordenadas locales o arbitrarias



## 5.2. COORDENADAS GEODÉSICAS O GEOGRÁFICAS

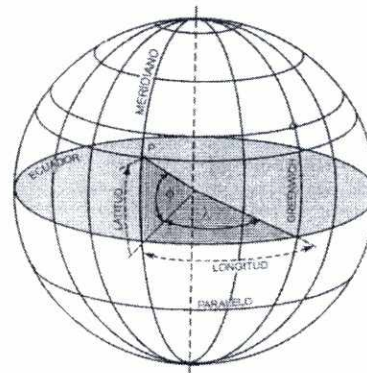
Las coordenadas geodésicas definen la posición de un punto sobre la superficie del elipsoide. Los elementos que definen la posición de un punto son la **Latitud ( $\phi$ )** y la **Longitud ( $\lambda$ )**. El sistema de coordenadas geodésicas posee una serie de cualidades muy importantes tales como:

- Es único para toda la superficie del elipsoide, y de esta forma unifica para la superficie de la tierra en un solo sistema de coordenadas los levantamientos geodésicos.
- El empleo de líneas de coordenadas (meridianos y paralelos) se refieren directamente a la superficie del elipsoide, y el empleo de las mismas para elaborar mapas en un solo sistema cartográfico resulta cómodo en caso de levantamientos independientes.
- Determina la posición de la normal a la superficie del elipsoide tomado como referencia, esto es muy importante en la investigación de la figura de la tierra.

### DEFINICIONES

**LATITUD ( $\phi$ ):** es la distancia angular que hay entre el punto que nos interesa situar y la línea del ecuador terrestre. Se mide de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  y esta puede ser Latitud Norte si el punto esté en hemisferio Norte ó Latitud Sur si el punto esté en hemisferio Sur.

**LONGITUD ( $\lambda$ ):** Es el ángulo comprendido entre el plano del meridiano de Greenwich y el plano del meridiano que contiene al punto P. En 1884 una conferencia internacional adoptó el criterio, igualmente arbitrario, de considerar la línea que une los dos polos pasando por el Real Observatorio de Greenwich (Londres, Reino Unido) el meridiano cero y origen de los husos horarios.



Coordenadas Geográficas

La longitud se mide de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , esta será Longitud Oeste ó Longitud Este dependiendo e si el punto se encuentra al Oeste ó al Este del meridiano de Greenwich.

---

### 5.3. PROYECCIONES CARTOGRAFICAS – EL SISTEMA UTM

**DEFINICIÓN PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA:** es la expresión plana de toda o parte de la esfericidad de la Tierra. Es una representación en dos dimensiones de una superficie de tres dimensiones. En toda proyección se producen desplazamientos en al menos una de las siguientes propiedades: áreas, distancias, direcciones y perspectiva. Cada proyección tiene su propio conjunto de ventajas, pero no existe la MEJOR proyección.

Para producir los mapas y otros productos cartográficos se necesitan trasladar los puntos medidos sobre la superficie terrestre, que es curva, a un soporte plano, sobre el cual se representa. Para ello se utilizan las proyecciones cartográficas. En la práctica es más fácil la utilización de sistemas de coordenadas cartesianas que coordenada geodésicas.

Mediante una proyección cartográfica se hace corresponder cada punto del plano con un punto de la esfera o el elipsoide. De ésta forma cada punto de la tierra puede tener representación sobre el plano. Las proyecciones convierten las coordenadas geográficas  $\phi$  y  $\lambda$  en coordenadas cartesianas X, Y sobre un plano y viceversa.

Las principales características que se pueden conservar en una proyección cartográfica son:

- Área: Una proyección que conserve las áreas se llama equivalente. Las formas, ángulos y escalas aparecerán distorsionadas, aunque suelen ser correctos o casi en algunas partes. La conservación de las áreas es una condición global (finita).
- Forma: Una proyección es conforme si se conservan los ángulos relativos alrededor de cada punto. En una proyección conforme las grandes superficies aparecen distorsionadas en la forma, pero los elementos pequeños mantienen su forma. En éstas proyecciones la escala local es isótropa, es decir, el factor de escala cada punto es el mismo en todas las direcciones.
- Escala: (conservación de distancias) Ninguna proyección mantiene correctamente la escala en todo el mapa, pero es habitual que una o más líneas sean equidistantes, esto es, tengan una escala constante.

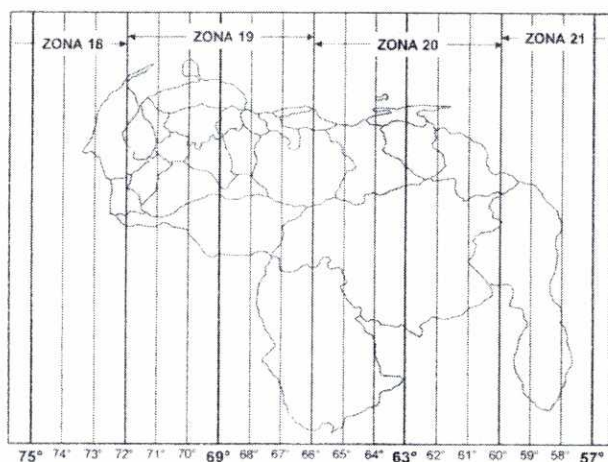
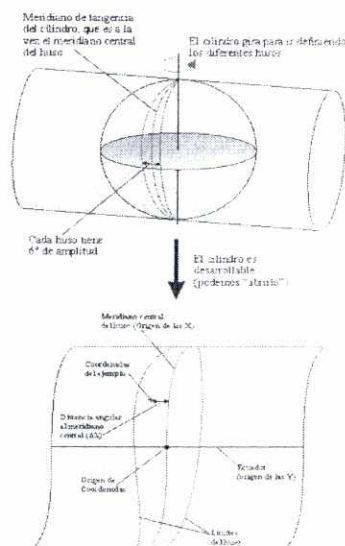
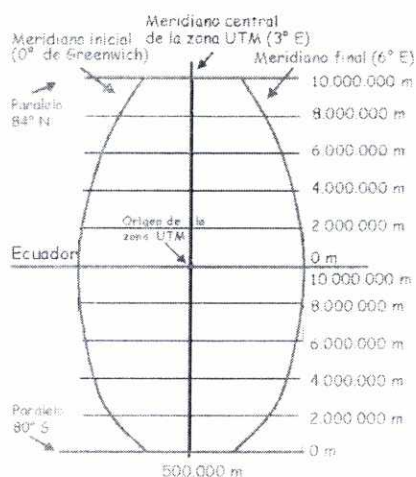
#### Coordenadas UTM – Proyección Universal Transversal Mercator

El sistema de coordenadas UTM proviene del nombre de la proyección usada (Universal Transversal Mercator) y se introduce de forma generalizada al ser adoptada en la década de 1940 como sistema estándar por el Servicio de Defensa de Estados Unidos y como gran ventaja presenta el sustituir el uso de los grados por los metros. Básicamente consiste en dividir la tierra en 60 husos de 6° de longitud, en cada huso se toma un cilindro tangente al meridiano central para efectuar la proyección, como origen se toma el anti-meridiano de Greenwich y cada uso se

identifica mediante un número siendo el primero (huso 0) el correspondiente al meridiano 180°.

El cuadrículado UTM está ideado para uso mundial, entre la latitud norte de 84° y sur de 80°, se excluyen las zonas polares.

Usando la intersección del meridiano central y el ecuador como punto de origen podrá darse la ubicación para un punto dentro de la zona, indicando la distancia en metros al norte o sur del ecuador y al este u oeste del meridiano central. El valor asignado al meridiano central es 500.000 m. En el hemisferio norte el ecuador es 0 m y aumenta hacia el norte. En el hemisferio sur es de 10.000.000 m disminuyendo hacia el sur.



Zonas UTM en Venezuela.



## 5.4. SISTEMAS DE COORDENADAS LOCALES

Los trabajos topográficos sirven de base para el diseño y ejecución de proyectos de obras civiles, por ello es sumamente importante un levantamiento preciso y un plano con la información adecuada. El plano de la construcción se puede trazar en una cuadrícula usando un sistema de coordenadas X y Y. En topografía se asume el eje Y como norte y el eje X como este.

Es obvio que en una cuadrícula rectangular solo se puede representar una pequeña porción de la superficie terrestre, pero en vista que los proyectos comunes en construcción abarcan áreas reducidas, una cuadrícula de coordenadas rectangular resulta bastante eficaz. En este caso se puede utilizar un sistema de coordenadas locales o arbitrarias, teniendo presente en darle al punto origen de las mediciones un valor lo suficientemente alto de manera que no se formen coordenadas negativas.

## 5.5. AZIMUT Y RUMBOS

**DEFINICIÓN AZIMUT:** es el ángulo horizontal de una línea medido, en el sentido de las agujas del reloj, a partir de un plano de referencia, formado por el meridiano que pasa por el punto origen y el que pasa por el punto observado.

En topografía el azimut se mide a partir del norte, en sentido horario, y va de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

Ejemplo:  $AZ_1^{2} 140^\circ 30' 26''$  se lee azimut de 1 a 2 en  $140^\circ 30' 26''$

También se puede escribir:  $AZ_{1,2} 140^\circ 30' 26''$

El azimut de 1 a 2 se conoce como azimut directo, el **azimut inverso** es el leído del punto 2 al punto 1, y se calcula sumando  $180^\circ$  al azimut directo.

Ejemplo: Calcular el Azimut Inverso si el  $AZ_1^{2} = 140^\circ 30' 26''$

$$AZ_2^1 = AZ_1^2 + 180^\circ = 140^\circ 30' 26'' + 180^\circ = 320^\circ 30' 26''$$

Los azimuts pueden ser de tres tipos: verdaderos o geodésicos, magnéticos y supuesto, dependiendo del meridiano que se utilice.

- **AZIMUT VERDADERO:** es el medido a partir de un meridiano geográfico.
- **AZIMUT MAGNÉTICO:** es el definido por el norte magnético, se miden con la brújula.



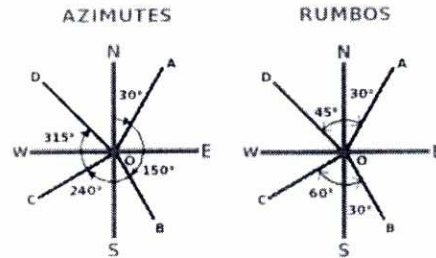
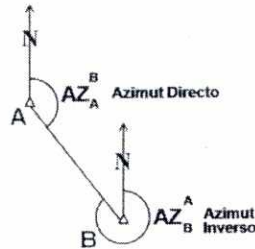
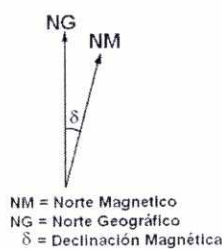
- **AZIMUT SUPUESTO:** llamado azimut de cuadrícula, se establece asignándole la dirección norte-sur a una línea.

**DEFINICIÓN RUMBO:** el rumbo de una línea es el ángulo horizontal agudo entre un meridiano de referencia y la línea que contiene el punto observado. El ángulo se mide ya sea desde el norte o desde el sur, en sentido este u oeste, y su valor no es mayor de  $90^\circ$ .

El valor del rumbo se indica con la letra N o S dependiendo del cuadrante en el que se encuentra (norte o sur), seguido del valor numérico del ángulo y la letra E o W, para señalar si está al este u oeste del meridiano.

Ejemplo: N  $48^\circ 37' 12''$  E se lee rumbo norte  $48^\circ 37' 12''$  este.

Los rumbos a igual que los azimuts pueden ser de tres tipos: verdaderos o geodésicos, magnéticos y supuesto, dependiendo del meridiano que se utilice.



Rumbos y Azimuts

### Comparación entre Azimuts y Rumbos

Azimut	Rumbos
Varían de $0^\circ$ a $360^\circ$	Varían de $0^\circ$ a $90^\circ$
Se indican con un valor numérico	Se indican con dos letras y un valor numérico
Pueden ser verdaderos, magnéticos o supuestos	Pueden ser verdaderos, magnéticos o supuestos
Se miden en sentido horario desde el eje norte	Se miden en cualquier sentido desde el norte o desde el sur
<b>Equivalencias entre Azimuts y Rumbos</b>	
$54^\circ$	N $54^\circ$ E
$112^\circ$	S $68^\circ$ E ( $180^\circ - 112^\circ$ )
$231^\circ$	S $51^\circ$ W ( $231^\circ - 180^\circ$ )
$345^\circ$	N $15^\circ$ W ( $360^\circ - 345^\circ$ )

Tabla 5-1: Comparación entre Azimuts y Rumbos

La práctica ha enseñado la utilización de los azimuts para los cálculos de coordenadas, por la facilidad de su utilización en las calculadoras electrónicas, ya que dan automáticamente el signo de las proyecciones meridianas.

### 5.6. CÁLCULO DE COORDENADAS POR AZIMUT Y DISTANCIA

Desde un punto estación A, de coordenadas conocidas Norte ( $N_A$ ) y Este ( $E_A$ ), conociendo el azimut y la distancia a un punto observado B, se pueden calcular las coordenadas Norte y Este de ese punto. Aplicando las siguientes formulas:

Norte de B:  $N_B = \text{Norte de A } (N_A) + \Delta N$

Este de B:  $E_B = \text{Este de A } (E_A) + \Delta E$

Donde  $\Delta N$ : Proyección Norte y  $\Delta E$ : Proyección Este

Las proyecciones se calculan

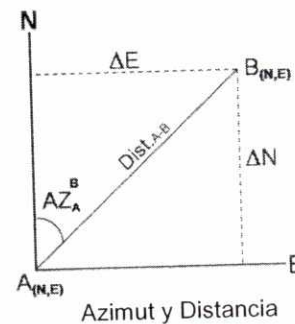
$\Delta N = \text{Distancia AB} \times \text{Coseno } AZ_A^B$

$\Delta E = \text{Distancia AB} \times \text{Seno } AZ_A^B$

Coordenadas Norte y Este de B

$$N_B = N_A + \text{Dist.}_{AB} \times \text{Coseno } AZ_A^B$$

$$E_B = E_A + \text{Dist.}_{AB} \times \text{Seno } AZ_A^B$$

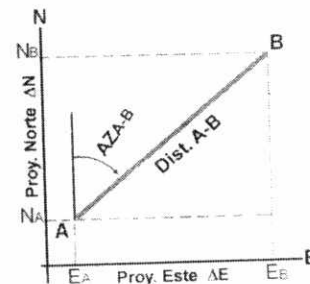


### 5.7. CÁLCULO DE AZIMUT Y DISTANCIA A PARTIR DE DOS PUNTOS CON COORDENADAS

En este caso el problema consiste en determinar el azimut y la distancia entre dos puntos A y B de coordenadas Norte y Este conocidas.

Punto A de coordenadas:  $N_A$  y  $E_A$

Punto B de coordenadas:  $N_B$  y  $E_B$



Calculo del azimut de A hacia B:  $AZ_A^B$

$$AZ_A^B = \text{Arc Tg} \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$$

Si se hace:  $\Delta E = E_B - E_A$   
 $\Delta N = N_B - N_A$

#### Azimut de A a B

$$AZ_A^B = \text{Arctg} \frac{\Delta E_{A-B}}{\Delta N_{A-B}}$$

#### Distancia A-B

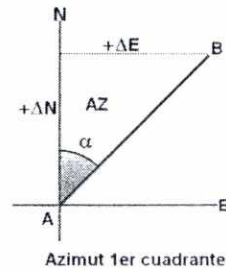
$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{\Delta N_{A-B}^2 + \Delta E_{A-B}^2}$$

Al calcular el azimut entre dos puntos debe tomarse en cuenta en cual cuadrante se encuentran los puntos, de eso dependerán los signos de las proyecciones norte y este, y por lo tanto el signo de la tangente del ángulo.

#### 1er. Cuadrante

$$+\Delta E \text{ y } +\Delta N \rightarrow \text{Arc Tg} \frac{+\Delta E}{+\Delta N} = \alpha$$

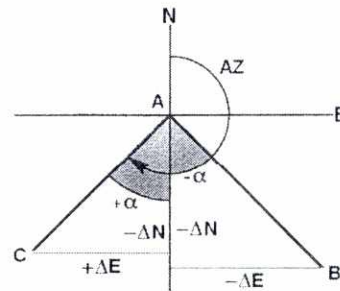
Por lo tanto  $AZ_A^B = \alpha$



#### 2do. Cuadrante

$$+\Delta E \text{ y } -\Delta N \rightarrow \text{Arc Tg} \frac{+\Delta E}{-\Delta N} = -\alpha$$

Por lo tanto  $AZ_A^B = 180^\circ - \alpha$



#### 3er. Cuadrante

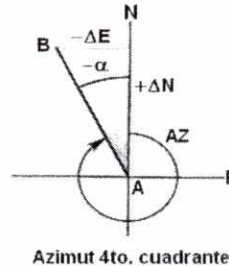
$$-\Delta E \text{ y } -\Delta N \rightarrow \text{Arc Tg} \frac{-\Delta E}{-\Delta N} = \alpha$$

Por lo tanto  $AZ_A^B = 180^\circ + \alpha$

**4to. Cuadrante**

$$-\Delta E \text{ y } +\Delta N \rightarrow \text{Arc Tg } \frac{-\Delta E}{+\Delta N} = -\alpha$$

Por lo tanto  $AZ_A^B = 360^\circ - \alpha$

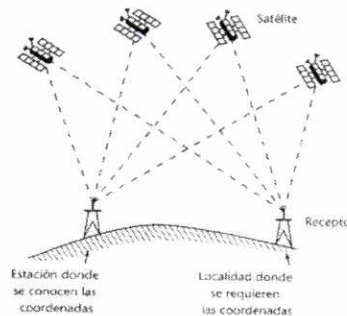
**5.8. DETERMINACION DE COORDENADAS CON GPS****5.8.1. Técnicas y precisiones****1. POSICIONAMIENTO AUTÓNOMO**

El posicionamiento autónomo (con un solo receptor) tiene una precisión que oscila entre 1 y 7 m. Los receptores autónomos son de bajo costo y muy utilizados en la navegación deportiva.

**2. CORRECCIÓN DIFERENCIAL**

Técnica que permite obtener las coordenadas de un punto por debajo de 1 metro en planimetría y menor precisión en altimetría, mejorando ambas de acuerdo al tipo de receptor utilizado.

El método se basa en la corrección de todas las posiciones tomadas (calculadas con un receptor fijo en un punto conocido), que luego son aplicadas a un receptor itinerante.



Corrección Diferencial

- Una estación base coloca en un punto de coordenadas Norte, Este y altura conocidas, ella monitorea cuanto es el error el error. Toma las coordenadas del punto fijo y las obtenidas del GPS y las etiqueta.
- Una estación o varias estaciones móviles (en inglés Rover). El móvil es el equipo que se está utilizando para el levantamiento. Los errores que ocurren en una ubicación están ocurriendo al mismo tiempo en todas partes de la misma región.

Una condición básica es que las dos estaciones la Base y el Móvil deben rastrear los mismos satélites en forma simultánea.



Para aplicar la corrección diferencial se debe cumplir:

1. Que el móvil y la base vean los mismos satélites
2. Los deben ver a la misma hora
3. Ambos deben estar en la misma región, a una distancia menor de 15 km.

Con la corrección diferencial se pueden lograr precisiones de 0,01 m en horizontal y 0,02 m en vertical.

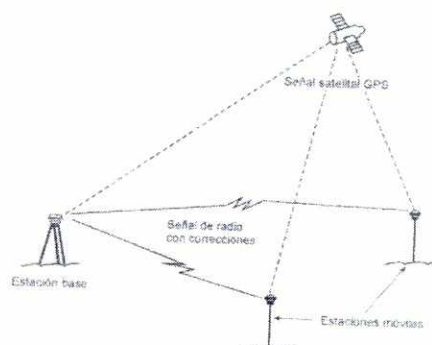
Existen dos maneras de aplicar las correcciones diferenciales de la base al móvil:

### 1. CORRECCIÓN DIFERENCIAL A POST PROCESO

En DGPS a post proceso la estación base registra todos los datos necesarios para cada satélite en un archivo. Posteriormente, un programa de corrección diferencial compara época a época los datos del archivo base con las coordenadas precisas de la "estación base" y, aplicando las correcciones al archivo de la "estación móvil" genera un archivo de posiciones corregidas. El resultado es el Archivo de Coordenadas de Precisión.

### 2. CORRECCIÓN DIFERENCIAL EN TIEMPO REAL

La estación base" calcula e inmediatamente transmite (vía radio) la corrección para cada satélite. Esta corrección es recibida por el móvil mediante un receptor de radio (FM, VHF o UHF) que la aplica a la posición que está calculando. El resultado es una posición diferencialmente corregida en el móvil



Al estar ambos puntos próximos entre sí, se puede asumir que el error cometido será del mismo orden de magnitud y por consiguiente realizar las oportunas correcciones sobre los resultados proporcionados por el receptor, aumentando de esta manera la precisión de las observaciones sobre puntos de coordenadas desconocidas, hasta precisiones centimétricas.

---

### 5.8.2. Procedimientos para levantamientos con GPS

Algunos de los procedimientos de campo utilizados en los levantamientos con GPS son: estático, estático rápido, cinemático, cinemático rápido. En todos se utiliza dos o más receptores, uno en la estación fija y los otros móviles.

#### 1. LEVANTAMIENTO GPS ESTÁTICO

Se utiliza en levantamientos de control geodésico, donde se requieren altas precisiones, y distancias largas, mayores de 20 km.

Se realizan observaciones simultáneas desde ambas estaciones a cuatro o más satélites, durante una hora o más. Luego se mueve el receptor de la estación de control al segundo punto desconocido, y el otro permanece en la primera estación, para completar una nueva sesión, al terminar las observaciones se repite el proceso. Finalizada la jornada de mediciones se transfieren los datos a una computadora para su posprocesamiento.

Precisión: entre 3 mm a 5 mm + 1 ppm

Aplicaciones: control geodésico, redes nacionales e internacionales, control de deformaciones de estructuras, control de movimientos tectónicos.

Ventajas: más preciso, eficiente y económico que los métodos topográficos tradicionales. Sustituye el método clásico de triangulaciones.

#### 2. LEVANTAMIENTO GPS ESTÁTICO RÁPIDO

En este método la distancia máxima entre la estación fija y el móvil es de 20 km. La máscara de elevación u horizonte de  $15^\circ$  y el intervalo de observación de unos 15 segundos, dependiendo del número de satélites observados. Durante la sesión ambos receptores deben mantener contacto con al menos cuatro satélites. El procedimiento es el siguiente:

- El GPS base queda en la estación temporal donde observa y almacena los datos de los satélites que observa continuamente.
- El receptor móvil se estaciona en el punto, que se pretende levantar, unos 15 segundos, dependiendo del número de satélites, GDOP, etc.
- Si se desea cambiar de sitio, se apaga el móvil y se lleva al siguiente punto.
- No existe transmisión de errores ya que cada punto se mide independientemente.

Precisión: entre 5 mm a 10 mm + 1 ppm

---

Aplicaciones: levantamientos de control y densificación, puntos de control para replanteo de obras, levantamientos de detalles y deslindes.

Ventajas: sustituye los métodos de poligonación y levantamientos radiales.

Desventajas: no se puede utilizar en zonas de edificaciones altas, bosques muy densos, debido al efecto multipath.

### 3. LEVANTAMIENTO GPS CINEMÁTICOS

El método requiere al principio la inicialización de ambos receptores, el de referencia o fijo y el móvil. Este proceso se lleva cabo en una sesión corta de observación (2 a 5 minutos), usando ambos instrumentos simultáneamente en una línea base.

El receptor de referencia se estaciona siempre en posicionamiento estático, el que se mueve es el receptor móvil, el cual se desplaza de punto a punto a lo largo de la línea. La posición del móvil se determina en lapsos cortos de tiempo (1 a 5 segundos). Durante el levantamiento ambos receptores deben observar simultáneamente al menos cinco satélites. El móvil puede desplazarse en vehículos, embarcaciones etc.

Precisión: entre 1cm a 3 mm + 1 ppm

Aplicaciones: determinación de objetos en movimiento, levantamientos de eje de carreteras, ferrocarriles, tuberías, canales, levantamientos hidrográficos, batimetrías.

Ventajas: mediciones rápidas y económicas.

Desventajas: no se puede perder el contacto con los satélites.

### 4. LEVANTAMIENTO GPS STOP AND GO

Es un tipo de levantamiento muy parecido al cinemático, la diferencia es que aquí se realiza una parada para levantar la información del punto en cuestión, una vez registrada la posición se almacena la información con las características (nombre, atributos) del punto, y se sigue hacia el siguiente.

La inicialización es igual que en el cinemático, y la antena debe estar siempre vertical para no perder la información de los satélites.

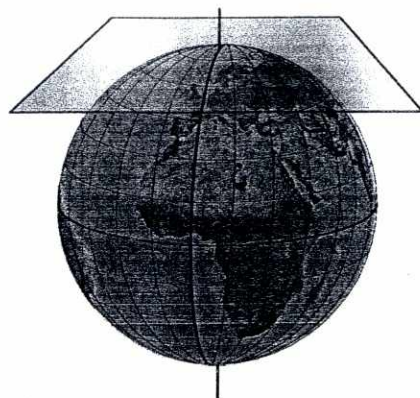
Precisión: de 3 cm a 10 mm + 1 ppm

---

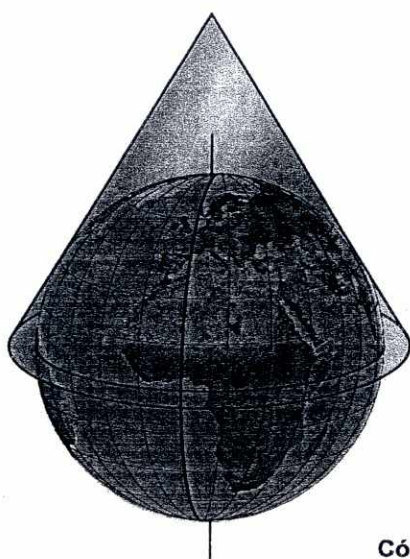
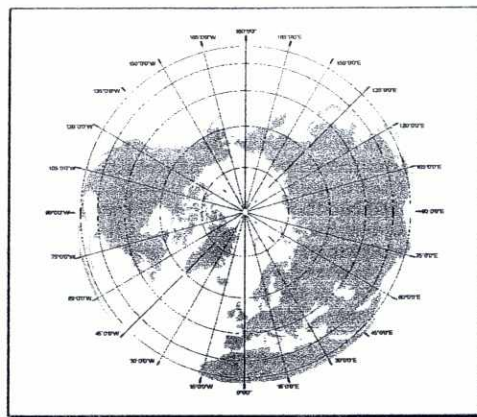
Aplicaciones: levantamientos de detalles de ingeniería civil, levantamientos de carreteras, conductos, equipamiento urbano. Actualización de sistemas de información geográficos (SIG)

Ventajas: mediciones rápidas y económicas. El método más rápido para levantar detalles de puntos con GPS.

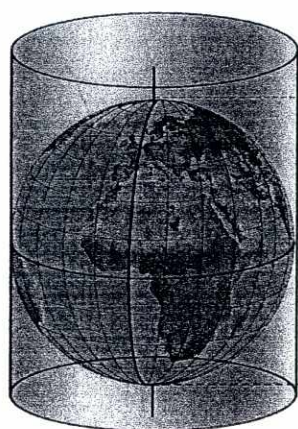
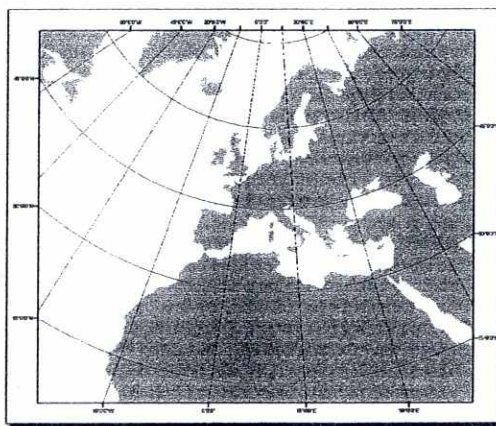




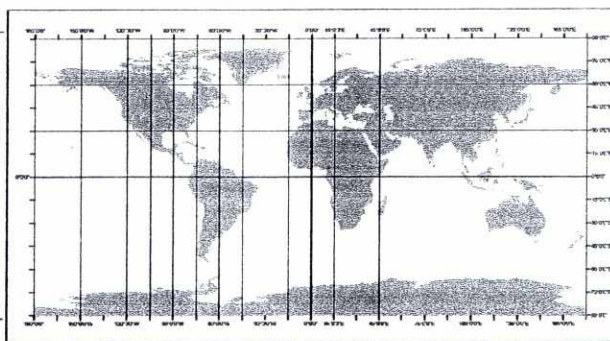
Acimutal o plana

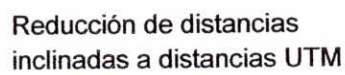
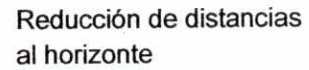
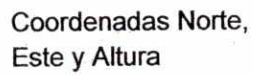


Cónica



Cilíndrica




$$Le = Lm \left( \frac{R\alpha}{R\alpha + H + N} \right)$$

## 5.9. EJEMPLOS

### 5.9.1. Transformar Azimuts (AZ) a Rumbos (R)

AZ  $42^{\circ} 35' 28''$  → Rumbo

$R = AZ$  N  $42^{\circ} 35' 28''$  E

AZ  $125^{\circ} 48' 39''$  → Rumbo

$R = 180^{\circ} - AZ = 180^{\circ} - 125^{\circ} 48' 39''$

Rumbo = S  $54^{\circ} 11' 21''$  E

AZ  $221^{\circ} 36' 48''$  → Rumbo

$R = AZ - 180^{\circ} = 221^{\circ} 36' 48'' - 180^{\circ} =$

Rumbo = S  $41^{\circ} 36' 48''$  W

AZ  $316^{\circ} 26' 52''$  → Rumbo

$R = 360^{\circ} - AZ = 360^{\circ} - 316^{\circ} 26' 52'' =$

Rumbo = N  $43^{\circ} 33' 08''$  W

### 5.9.2. Transformar Rumbos (R) a Azimuts (AZ)

N  $56^{\circ} 37' 15''$  → Azimut

$R = AZ = AZ$   $56^{\circ} 37' 15''$

S  $63^{\circ} 18' 37''$  E → Azimut

$AZ = 180^{\circ} - R = 180^{\circ} - 63^{\circ} 18' 37'' =$

Azimut =  $116^{\circ} 41' 23''$

S  $78^{\circ} 55' 20''$  W →  $AZ = 180 + R = 180^{\circ} + 78^{\circ} 55' 20'' =$

Azimut =  $258^{\circ} 55' 20''$

N  $44^{\circ} 17' 50''$  W → Azimut

$AZ = 360^{\circ} - R = 360^{\circ} - 44^{\circ} 17' 50'' =$

Azimut =  $315^{\circ} 42' 10''$

### 5.9.3. Cálculo de coordenadas por Azimut y Distancia

- A. Desde un punto O de coordenadas conocidas N: 4.600,00 y E: 5.800,00, se midió el azimut y la distancia a un punto A,  $AZ_{O-A}$ :  $65^{\circ} 40' 05''$   $D_{O-A}$ : 420,50 m. Calcular las coordenadas norte y este de A.

Pto. O	Coordenadas	Azimut y Distancia
Norte $N_O$ :	4.600,00	$AZ_{O-A}$ : $65^{\circ} 40' 05''$
Este $E_O$ :	5.800,00	$D_{O-A}$ : 420,50 m

$$\text{Cálculo de coordenadas de B} \quad N_A = N_O + \text{Dist.}_{O-A} \times \text{Coseno}_{O-A}$$

$$E_A = E_O + \text{Dist.}_{O-A} \times \text{Seno } AZ_{O-A}$$

$$N_A = 4.600,00 + 420,50 \times \cos 65^{\circ} 40' 05'' =$$

$$N_A = 4.600,00 + 173,26 = 4.773,26$$

$$E_A = 5.800,00 + 420,50 \times \sin 65^{\circ} 40' 05'' =$$

$$E_A = 5.800,00 + 383,15 = 6.183,15$$

$$E_A = 6.183,15$$

- B. Calcular las coordenadas de un punto B, si desde una estación O de coordenadas N: 4.300,00 y E: 3.500,00, se midió el azimut y la distancia a A,  $AZ_{O-A}$ :  $124^{\circ} 42' 38''$  y  $D_{O-A}$ : 320,40 m.

Pto O	Coordenadas	Azimut y Distancia
Norte $N_O$ :	4.300,00	$AZ_{O-A}$ : $124^{\circ} 42' 38''$
Este $E_O$ :	3.500,00	$D_{O-A}$ : 320,40 m

$$\text{Cálculo de coordenadas de B} \quad N_B = N_O + \text{Dist.}_{O-A} \times \text{Coseno}_{O-A}$$

$$E_B = E_O + \text{Dist.}_{O-A} \times \text{Seno } AZ_{O-A}$$

$$N_B = 4.300,00 + 320,40 \times \cos 124^{\circ} 42' 38'' =$$

$$N_B = 4.300,00 + 185,45 = 4.117,55$$

$$E_B = 3.500,00 + 320,40 \times \sin 124^{\circ} 42' 38'' =$$

$$E_B = 3.500,00 + 363,38 = 3.763,38$$

$$N_B = 4.117,55 \quad E_B = 3.763,38$$



#### 5.9.4. Cálculo del azimut y distancia a partir de coordenadas

A. Calcular el azimut y la distancia entre dos puntos A y B de coordenadas conocidas

Pto.	NORTE	ESTE
A	3.000,00	5.000,00
B	3.107,69	5.338,27

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{\Delta E_{A-B}}{\Delta N_{A-B}}$$

$$\text{Arctg} \frac{5.338,27 - 5.000,00}{3.107,69 - 3.000,00} = \text{Arctg} \frac{338,27}{107,69} = 3,14115$$

$$\alpha = 72^\circ 20' 27'' \text{ ángulo del 1er cuadrante } +\Delta N \text{ y } +\Delta E$$

$$AZ_{A-B} = \alpha \rightarrow AZ_{A-B} = 72^\circ 20' 27''$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{(3.107,69 - 3.000,00)^2 + (5.338,27 - 5.000,00)^2} =$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{107,69^2 + 338,27^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 355,00 \text{ m}$$

B. Calcular el azimut y la distancia entre dos puntos A y B de coordenadas conocidas

Pto.	NORTE	ESTE
A	3.645,00	4.534,00
B	3.541,00	4.645,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{\Delta E_{A-B}}{\Delta N_{A-B}}$$

$$\text{Arctg} \frac{4.645,00 - 4.534,00}{3.541,00 - 3.645,00} = \text{Arctg} \frac{111,00}{-104,00} = -1,06731$$

$$\alpha = -46^\circ 51' 53'' \text{ ángulo del 2do cuadrante } -\Delta N \text{ y } +\Delta E$$

$$AZ_{A-B} = 180^\circ - \alpha \rightarrow 180^\circ - 46^\circ 51' 53''$$

$$AZ_{A-B} = 133^\circ 08' 07''$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{(3.541,00 - 3.645,00)^2 + (4.645,00 - 4.534,00)^2} =$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{-104,00^2 + 11,00^2} \rightarrow Dist_{A-B} = 152,11 \text{ m}$$

C. Calcular el azimut y la distancia entre dos punto A y B de coordenada conocidas

Pto.	NORTE	ESTE
A	13.600,00	14.800,00
B	8.600,00	11.470,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{\Delta E_{A-B}}{\Delta N_{A-B}}$$

$$\text{Arctg} \frac{11.470,00 - 14.800,00}{8.600,00 - 13.600,00} = \text{Arctg} \frac{-3.330,00}{-5.000,00} = 0,66600$$

$\alpha = 33^\circ 39' 49''$  ángulo del 3er cuadrante  $-\Delta N$  y  $-\Delta E$

$$AZ_{A-B} = 180^\circ + \alpha \rightarrow 180^\circ + 33^\circ 39' 49''$$

$$AZ_{A-B} = 213^\circ 39' 49''$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{(8.600,00 - 13.600,00)^2 + (11.470,00 - 14.800,00)^2} =$$

$$Dist_{A-B} = \sqrt{3.330,00^2 + 5.000,00^2} \rightarrow Dist_{A-B} = 6.007,40 \text{ m}$$

D. Calcular el azimut y la distancia entre dos punto A y B de coordenada conocidas

Pto.	NORTE	ESTE
A	5.800,00	8.500,00
B	7.300,00	3.800,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{\Delta E_{A-B}}{\Delta N_{A-B}}$$

$$\text{Arctg} \frac{3.800,00 - 8.500,00}{7.300,00 - 5.800,00} = \text{Arctg} \frac{-4.700,00}{1.500,00} = -3,13333$$

$$\alpha = 72^\circ 17' 58'' \text{ ángulo del 4to cuadrante } +\Delta N \text{ y } -\Delta E$$

$$AZ_{A-B} = 360^\circ - \alpha \rightarrow 360^\circ + 72^\circ 17' 58''$$

$$AZ_{A-B} = 287^\circ 42' 02''$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{(7.300,00 - 5.800,00)^2 + (3.800,00 - 8.500,00)^2} =$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{4.700,00^2 + 1.500,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 4.933,56 \text{ m}$$

#### 5.9.5. Calculo de un ángulo entre dos rectas, definidas por coordenadas

A. Calcular el ángulo entre los puntos de coordenadas

Pto.	Norte	Este
B	4.140,00	3.630,00
A	4.350,00	3.520,00
C	4.200,00	3.400,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{3.630,00 - 3.520,00}{4.140,00 - 4.350,00} = \frac{110,00}{-210,00} = -0,52381$$

$$\text{Angulo} = -27^\circ 38' 46'' \rightarrow 2do. \text{ Cuadrante } -\Delta N \text{ y } +\Delta E$$

$$AZ_{A-B} = 180^\circ - 27^\circ 38' 46'' \rightarrow AZ_{A-B} = 152^\circ 21' 14''$$

$$AZ_{A-C} = \text{Arctg} \frac{3.400,00 - 3.520,00}{4.200,00 - 4.350,00} = \frac{-120,00}{-150,00} = 0,80000$$

Angulo =  $38^\circ 39' 35'' \rightarrow$  3er. Cuadrante  $-\Delta N$  y  $-\Delta E$

$$AZ_{A-B} = 180^\circ + 38^\circ 39' 35'' \rightarrow AZ_{A-B} = 218^\circ 39' 35''$$

$$\text{Angulo B-A-C: } \alpha_{B-A-C} = AZ_{A-B} - AZ_{A-C}$$

$$\alpha_{B-A-C} = 218^\circ 39' 35'' - 152^\circ 21' 14'' \rightarrow \alpha_{B-A-C} = 66^\circ 18' 21''$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{110,00^2 + 210,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 237,06 \text{ m}$$

$$\text{Dist}_{A-C} = \sqrt{120,00^2 + 150,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 192,09 \text{ m}$$

B. Calcular el ángulo entre los puntos de coordenadas

Pto.	Norte	Este
B	4.350,00	3.520,00
A	4.200,00	3.400,00
C	4.060,00	3.670,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{3.520,00 - 3.400,00}{4.350,00 - 4.200,00} = \frac{120,00}{150,00} = 0,80000$$

Angulo =  $38^\circ 39' 35'' \rightarrow$  1er. Cuadrante  $+\Delta N$  y  $+\Delta E$

$$AZ_{A-B} = \text{Angulo} \rightarrow AZ_{A-B} = 38^\circ 39' 35''$$

$$AZ_{A-C} = \text{Arctg} \frac{3.670,00 - 3.400,00}{4.060,00 - 4.200,00} = \frac{270,00}{-140,00} = -1,92857$$

Angulo =  $-62^\circ 35' 33'' \rightarrow$  2do. Cuadrante  $-\Delta N$  y  $+\Delta E$

$$AZ_{A-C} = 180^\circ - 62^\circ 35' 33'' = 117^\circ 24' 27''$$

$$\text{Angulo B-A-C: } \alpha_{B-A-C} = AZ_{A-C} - AZ_{A-B}$$

$$\alpha_{B-A-C} = 117^\circ 24' 27'' - 38^\circ 39' 35'' \rightarrow \alpha_{B-A-C} = 78^\circ 44' 52''$$



$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{120,00^2 + 150,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 192,09 \text{ m}$$

$$\text{Dist}_{A-C} = \sqrt{270,00^2 + 140,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 304,14 \text{ m}$$

C. Calcular el ángulo entre los puntos de coordenadas

Pto.	Norte	Este
B	5.290,00	4.190,00
A	5.400,00	4.380,00
C	5.510,00	4.160,00

$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{4.190,00 - 4.380,00}{5.290,00 - 5.400,00} = \frac{-190,00}{-110,00} = 1,72727$$

Angulo =  $59^\circ 55' 53''$  → 3er. Cuadrante  $-\Delta N$  y  $-\Delta E$

$$AZ_{A-B} = 180^\circ + 59^\circ 55' 53'' \rightarrow AZ_{A-B} = 239^\circ 55' 53''$$

$$AZ_{A-C} = \text{Arctg} \frac{4.160,00 - 4.380,00}{5.510,00 - 5.400,00} = \frac{-220,00}{110,00} = -2,00000$$

Angulo =  $-63^\circ 26' 06''$  → 4to. Cuadrante  $+\Delta N$  y  $-\Delta E$

$$AZ_{A-C} = 360^\circ - 63^\circ 26' 06'' \rightarrow AZ_{A-C} = 296^\circ 33' 54''$$

Angulo B-A-C:  $\alpha_{B-A-C} = AZ_{A-C} - AZ_{A-B}$

$$\alpha_{B-A-C} = 296^\circ 33' 54'' - 239^\circ 55' 53'' \rightarrow \alpha_{B-A-C} = 56^\circ 38' 01''$$

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{190,00^2 + 110,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 219,54 \text{ m}$$

$$\text{Dist}_{A-C} = \sqrt{220,00^2 + 110,00^2} \rightarrow \text{Dist}_{A-B} = 245,97 \text{ m}$$

## 5.9.6. Calcular del área y los linderos de una parcela definida por sus coordenadas

P.V.		AZIMUT			Distancias medidas	
		°	'	"		m
P1	AZP0-P1	146	20	40	Dist.P0-P1	9,54
P2	AZP0-P2	241	31	10	Dist.P0-P2	11,78
P3	AZP0-P3	288	40	55	Dist.P0-P3	19,93
P4	AZP0-P4	331	26	8	Dist.P0-P4	22,59
P5	AZP0-P5	63	1	30	Dist.P0-P5	18,38

Pto.	Azimut - AZ	DIST	PROYECCIONES		COORDENADAS	
			Norte: $\Delta N$	Este: $\Delta E$	NORTE	ESTE
	° ' "	D	DxCosAZ	DxSenAZ	Ni=N0+ $\Delta N$	Ei=E0+ $\Delta E$
P-0					400,00	300,00
P1	146 20 40	9,54	-7,94	5,29	392,06	305,29
P2	241 31 10	11,78	-5,62	-10,35	394,38	289,65
P3	288 40 55	19,93	6,38	-18,88	406,38	281,12
P4	331 26 8	22,59	19,84	-10,81	419,84	289,19
P5	63 1 30	18,38	8,34	16,38	408,34	316,38

PTO	COORDENADAS		Ni x Ei+1	Ei x Ni+1
	NORTE	ESTE		
1	392,06	305,29		
2	394,38	289,65	113.559,89	120.400,12
3	406,38	281,12	110.867,06	117.707,74
4	419,84	289,19	117.522,25	118.022,82
5	408,34	316,38	132.828,72	118.088,86
1	392,06	305,29	124.661,11	124.040,55
			599.439,03	598.260,09

$$\text{Area} = \frac{599.439,03 - 598.260,09}{2} = 589,47 \text{ m}^2$$

---

Linderos

$$L_{1-2} = \sqrt{(394,38 - 392,06)^2 + (289,65 - 305,29)^2} = \rightarrow L_{1-2} = 15,81 \text{ m}$$

$$L_{2-3} = \sqrt{(406,38 - 394,38)^2 + (281,12 - 289,65)^2} = \rightarrow L_{2-3} = 14,72 \text{ m}$$

$$L_{3-4} = \sqrt{(419,84 - 406,38)^2 + (289,19 - 281,12)^2} = \rightarrow L_{3-4} = 15,69 \text{ m}$$

$$L_{4-5} = \sqrt{(408,34 - 419,84)^2 + (316,38 - 289,19)^2} = \rightarrow L_{4-5} = 29,52 \text{ m}$$

$$L_{5-1} = \sqrt{(392,06 - 408,34)^2 + (305,29 - 316,38)^2} = \rightarrow L_{5-1} = 19,70 \text{ m}$$

LINDEROS

L1-2	15,81 m
L2-3	14,72 m
L3-4	15,69 m
L4-5	29,52 m
L5-1	19,70 m

②  $180^\circ - 125^\circ 48' 39''$

## 5.10. EJERCICIOS

### 1. Transformar Azimuts a Rumbos

AZIMUT			→	AZIMUT			=	RUMBO				
°	'	"		°	'	"			°	'	"	
42	35	28						N	42	35	28	E

AZIMUT			→	AZIMUT			=	RUMBO				
°	'	"		°	'	"			°	'	"	
125	48	39		180° -	125	48	39	S	54	11	21	E

AZIMUT			→	AZIMUT			=	RUMBO				
°	'	"		°	'	"			°	'	"	
221	36	48		-180° +	221	36	48	S	41	36	48	W

AZIMUT			→	AZIMUT			=	RUMBO				
°	'	"		°	'	"			°	'	"	
316	26	52		360° -	316	26	52	N	43	33	08	W

### 2. Transformar Rumbos a Azimuts

RUMBO					→	RUMBO			=	AZIMUT		
	°	'	"			°	'	"		°	'	"
N	38	27	51	E		R = AZ						

RUMBO					→	RUMBO			=	AZIMUT		
	°	'	"			°	'	"		°	'	"
S	53	28	47	E		180° -				126	31	13

RUMBO					→	RUMBO			=	AZIMUT		
	°	'	"			°	'	"		°	'	"
S	68	21	40	W		180° +	78			248	21	40

RUMBO					→	RUMBO			=	AZIMUT		
	°	'	"			°	'	"		°	'	"
N	29	12	46	W		360° -				330	47	14



3. Desde un punto O de coordenadas conocidas N: 4.600,00 y E:5.800,00, se midieron los azimuts y las distancias a tres puntos A, B y C. Calcular las coordenadas norte y este de cada punto

P.V.	Azimuts
A	$AZ_{O-A}: 46^{\circ} 37' 15''$
B	$AZ_{O-B}: 134^{\circ} 43' 56''$
C	$AZ_{O-C}: 279^{\circ} 18' 41''$

Distancias	
$D_{O-A}:$	318,50 m
$D_{O-B}:$	278,80 m
$D_{O-C}:$	402,30 m

4. Calcular el azimut y la distancia entre los puntos de coordenadas conocidas

Pto.	Norte	Este
A	5.200,00	3.500,00
B	5.420,00	3.810,00

Pto.	Norte	Este
C	4.650,00	2.480,00
D	4.300,00	2.800,00

Pto.	Norte	Este
E	4.590,00	2.810,00
F	4.300,00	2.560,00

Pto.	Norte	Este
G	3.410,00	5.780,00
H	3.610,00	5.590,00

5. Calcular el ángulo entre los puntos de coordenadas

Pto.	Norte	Este
B	5.240,00	4.730,00
A	5.450,00	4.620,00
C	5.300,00	4.500,00

Pto.	Norte	Este
E	3.430,00	4.350,00
F	3.600,00	4.500,00
G	3.840,00	4.370,00

## Tema N°

## 6

## LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS

## 6.1. INTRODUCCIÓN A LOS LEVANTAMIENTOS TOPOGRAFICOS

El objetivo de todo levantamiento, ya sea para elaborar un plano topográfico o un plano para un proyecto de ingeniería, es establecer, en primera instancia una red de puntos de control (puntos con coordenadas norte, este y altura) y después apoyándose en esos puntos determinar los detalles o características más sobresalientes del terreno.

**DEFINICIÓN**

**LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO:** es el procedimiento de medición de ángulos, distancias y diferencias de altura, que se realiza con el fin de determinar la configuración de un terreno o para ubicar puntos con coordenadas sobre un área determinada de la superficie terrestre (levantamientos de control). Proporcionan información detallada sobre las elevaciones y depresiones, ubicación de elementos naturales y artificiales (ríos, cerros, caminos, edificaciones), de tal forma que es posible dibujar la información completa en planos topográficos.

Las mediciones topográficas en este tipo de levantamientos se realizan sobre un plano tangente a la esfera terrestre en el punto céntrico del terreno levantado, tangente al nivel medio del mar, de manera que la influencia de la esfericidad terrestre sobre las mediciones sea despreciable. Ver tema N° 1 punto 1.9.

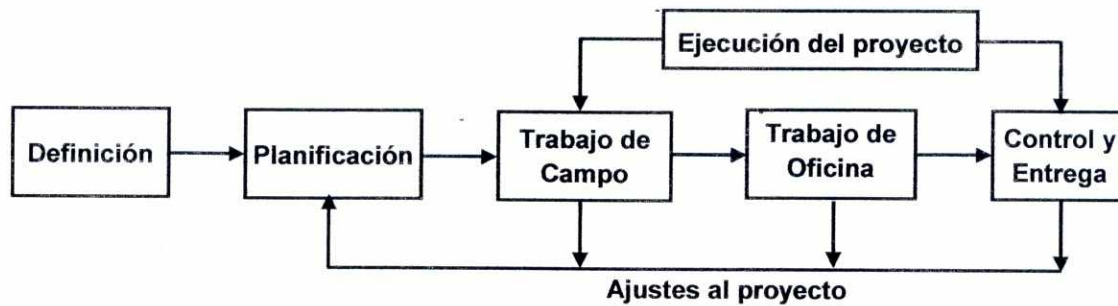
## 6.2. ETAPAS DE UN LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO

**DEFINICIÓN PROYECTO DE LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO:** es una secuencia de actividades, definidas en un tiempo determinado, que se realizan para determinar la ubicación geográfica, y las características de los accidentes naturales y artificiales de un terreno y su posterior representación en forma de listados, planos digitales o convencionales.

Hay proyectos de levantamientos topográficos de todos los tipos y tamaños, dependiendo del uso final que se hará de la información levantada. Un alto porcentaje de levantamientos se utilizarán para la elaboración de proyectos de construcción de obras civiles: urbanismos, vías de comunicación, tendidos de servicios públicos, construcción de plantas industriales etc.

Las etapas de un levantamiento topográfico se pueden enumerar así:





1. **DEFINICIÓN:** en esta primera etapa se establece **el qué y para que** del proyecto. Antes de comenzar el proyecto se definirán los objetivos a cumplir y las personas que lo desarrollarán y el periodo de tiempo en que se ejecutará. Entre las principales actividades que aquí se ejecutarán se encuentran:

- Recopilación de información básica: planos existentes de la zona a levantar, extensión y características topográficas, vegetación, ubicación de puntos de coordenadas, acceso, imágenes de satélites, trámites de permisos, visita preliminar al sitio a levantar.
- Definición de los criterios de exactitud para las mediciones y el tipo de material a entregar: listados, planos.
- Formación de los equipos que desarrollarán las diferentes etapas del proyecto.
- Elaboración del presupuesto de ejecución del proyecto

2. **PLANIFICACIÓN:** la planificación es la fase más importante de un proyecto, un plan bien estructurado es la garantía de un manejo eficiente de los recursos asignados y de una ejecución a tiempo. En esta etapa se definen las actividades y tareas que se ejecutaran, desde el inicio hasta el final del proyecto, asignándole a cada una los recursos humanos, financieros y técnicos, así como el tiempo necesario para su ejecución. La selección del método de campo dependerá de diversos factores: 1) propósito del levantamiento, 2) uso del plano (precisión necesaria, 3) escala del plano, 4) equidistancia de las curvas de nivel, 5) extensión y tipo del terreno a levantar, 6) costos asignados al proyecto, 6) equipo y tiempo disponible, 7) experiencia del personal asignado. Los conceptos 1 al 5 son interdependientes.

Igualmente en esta fase se asignarán a cada actividad los responsables de su realización y se definirán los canales de comunicación tanto internos como externos.

3. **EJECUCIÓN DEL TRABAJO DE CAMPO:** esta etapa comprende la ejecución de todas las actividades y tareas, propias de un levantamiento topográfico que se realizan en la zona a levantar:

- 
- Monumentación y referenciación de los puntos de control permanentes y semipermanentes
  - Levantamiento de la red de control por poligonales, triangulación, GPS, redes de nivelación.
  - Levantamientos de detalles y configuración
4. **EJECUCIÓN DEL TRABAJO DE OFICINA:** en esta etapa se realizan todos los cálculos de las coordenadas (norte, este y altura) de los puntos levantados. Se elaboran los planos y se confeccionan las bases de datos para luego elaborar los listados y reportes correspondientes.
  5. **CONTROL Y ENTREGA:** una parte muy importante en todo proyecto es el control de calidad. En esta fase se revisarán los cálculos, los planos, las bases de datos, los listados y reportes preliminares con la finalidad de corregir cualquier error que se hubiera cometido. Verificado todo lo anterior se procede a preparación del material que se entregará.

### 6.3. LEVANTAMIENTOS OROGRAFICOS O DE CONFIGURACIÓN

#### DEFINICIONES

**LEVANTAMIENTOS OROGRÁFICOS O DE CONFIGURACIÓN:** son los que se realizan para determinar la orografía o relieve de la superficie terrestre, y para identificar los accidentes topográficos naturales y artificiales que hay en ella. A partir de estos datos se elaboran los planos de configuración o detalles.

**PLANO TOPOGRÁFICO:** es una representación gráfica a escala de una parte de la superficie terrestre, que muestra la orografía (o relieve), la hidrografía, las construcciones, recursos forestales y mineros, las edificaciones, vías, canales, puentes, torres eléctricas, servicios públicos y cualquier elemento natural o artificial presente en el terreno. Un plano que muestre todos estos elementos también se denomina plano planialtimétrico. El sistema de representación de coordenadas (Norte, Este y Altura) en un plano topográfico es el Rectangular Plano.

El primer requisito para un levantamiento de configuración es un buen control horizontal y vertical sobre la superficie del terreno. Esto es la colocación de puntos cuyas coordenadas Norte, Este y Altura, se han fijado con la suficiente precisión de manera tal que satisfagan los requisitos de exactitud exigidos para el proyecto. El control horizontal (norte y este) se realiza generalmente con triangulaciones, poligonales o por GPS. El control vertical (altura) se realiza mediante redes de nivelación.

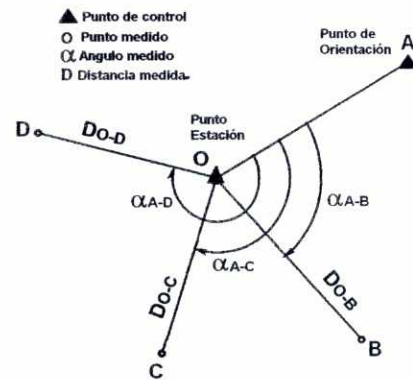
Los principales métodos para efectuar un levantamiento de configuración son: el Levantamiento por Radiación, el levantamiento con GPS y los Ortogonales



### 6.3.1. Levantamiento por Radiación

El método de radiación, también llamado levantamiento por ángulo y distancia, es el más adecuado para el levantamiento de detalles en terrenos de mediana a gran extensión, en zonas de topografía accidentada, ya que permite levantar grandes extensiones de manera rápida y efectiva.

Este método se apoya en una red de control previamente levantada a partir de cuyos vértices se hacen las radiaciones a fin de ubicar los puntos a medir.



Detalle de levantamiento

#### PROCEDIMIENTO PARA EL MÉTODO POR RADIACIÓN

1. Se ubican los puntos de control en lugares del terreno desde donde se puedan observar la mayor cantidad de detalles a levantar.
2. Debe haber intervisibilidad al menos entre dos puntos de la red de control, uno para ser el punto estación (O) y el otro para el punto de orientación (A).
3. Se deben medir en cada estación: el ángulo horizontal, el ángulo vertical y la distancia a cada punto observado.
4. Se debe señalar claramente en la libreta de campo, o en el colector de datos si se utiliza estación total, el nombre y las características de los puntos levantados.

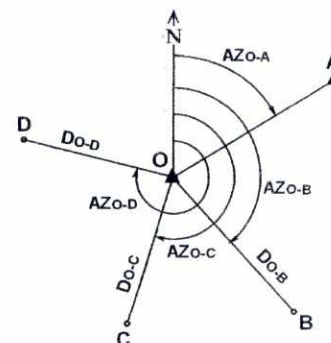
Una de las técnicas topográficas más utilizadas en el método por radiación es el Levantamiento Taquimétrico o Taquimetría, por sus ventajas en cuanto a rapidez en las mediciones, efectividad y precisión.

#### PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE LOS AZIMUTS

1. El azimuth inicial  $AZO-A$ , esto es el azimuth del punto estación al punto de orientación se calcula por sus coordenadas

Si son puntos nuevos el azimuth inicial se puede calcular utilizando un GPS para determinar las coordenadas de los puntos O y A.

2. El azimuth a cada punto observado se calcula sumando al azimuth inicial ( $AZO-A$ ) cada ángulo medido ( $\alpha_i$ )



Azimuth y distancia

**Azimut de una línea:**  $AZO-i = AZO-A + \alpha i$

#### PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE LAS COORDENADAS

1. Las proyecciones norte y este ( $\Delta N$  y  $\Delta E$ ), a cada punto medido se calculan:

**Proyección Norte:**  $\Delta N = \text{Distancia} \times \text{Coseno AZ}$

**Proyección Este:**  $\Delta E = \text{Distancia} \times \text{Seno AZ}$

2. Las coordenadas norte y este de los puntos medidos se calculan sumando a las coordenadas norte y este del punto estación las respectivas proyecciones.

**Coordenada Norte:**  $N_i = N_o + \Delta N_{o-i}$

**Coordenada Este:**  $E_i = E_o + \Delta E_{o-i}$

#### 6.3.2. Levantamientos Taquimétricos

##### DEFINICIÓN

**TAQUIMETRÍA:** el término taquimetría significa "mediciones rápidas" y se deriva del griego *taklus*, rápido y *metron*, medida. La taquimetría es un método rápido y simultáneo de medición de elementos polares que permite determinar en forma simultánea las coordenadas Norte, Este y Altura de puntos sobre la superficie del terreno.

El levantamiento taquimétrico se basa en el método de cálculo de coordenadas por Azimut y Distancia, estudiados en el tema N° 5 sección 5.6.

Los elementos polares a medir para determinar las coordenadas de los puntos son:

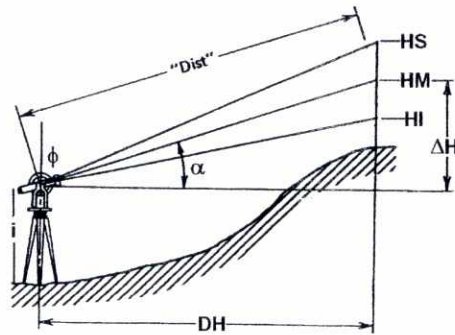
1. El ángulo horizontal  $\alpha$  entre la dirección origen y la dirección al punto observado.
2. El ángulo vertical o de elevación  $\phi$  al punto observado.
3. La distancia inclinada **DI** entre el punto estación y el punto observado.

De acuerdo al tipo de levantamiento e instrumentos disponibles se pueden distinguir tres tipos de taquimetrías:

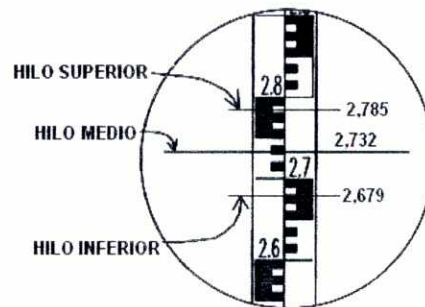
- Levantamientos con teodolito y mira vertical
- Levantamientos con teodolito y distanciómetro (IEMD)
- Levantamientos con Estación Total

## 1. LEVANTAMIENTOS CON TEODOLITO Y MIRA VERTICAL

Hasta la década de los 80 del siglo pasado fue el procedimiento más utilizado para hacer levantamientos topográficos, y aún hoy día todavía se sigue utilizando, a pesar del auge de las estaciones totales y los GPS, por ser un método rápido, económico y suficientemente preciso para muchos proyectos.



Taquimetría con teodolito y mira



Lectura de mira

### A. PROCEDIMIENTO DE CAMPO

El procedimiento básico se realiza por radiación, de la siguiente manera:

1ro. En un punto estación de coordenadas conocidas (N, E, H) se coloca un teodolito, una vez calado el instrumento se mide su altura:  $i$

2do. Se coloca la mira en el punto de orientación que también tiene coordenadas conocidas (N, E, H).

3ro. Se visa el punto de orientación y se coloca en el teodolito la lectura horizontal en cero (una lectura horizontal próxima a  $0^{\circ} 00' 00''$ ).

4to. Se coloca la mira en el primer punto a medir y se leen:

1. Sobre la mira los hilos estadimétricos: Hilo Superior (HS), Hilo Axial o Medio (HM) y el Hilo Inferior (HI).
2. Se lee el Angulo Horizontal:  $\beta$
3. Se lee el Angulo Vertical:  $\phi$

5to. Con movimiento horario se gira el teodolito y se va colocando la mira sucesivamente en todos los puntos a medir, en cada punto se hacen las lecturas indicadas en 4to.



## B. PROCEDIMIENTO DE OFICINA

- **CÁLCULO DEL AZIMUT INICIAL -  $AZ_{Inic}$ :** el azimut inicial desde el punto estación al punto de orientación se calcula por la fórmula del azimut entre puntos de coordenadas, ver Tema N° 5 sección 5-7.
- **CÁLCULO DE LOS AZIMUTS:** el azimut a cada punto medido se calcula sumando al azimut Inicial el ángulo horizontal ( $\beta$ ) a cada punto:

Azimut a un punto N

$$AZ_{Est-N} = AZ_{Inic} + \beta_N$$

- **CÁLCULO DE LA DISTANCIA HORIZONTAL - DH:** la distancia horizontal a cada punto se calcula con las siguientes fórmula, según se utilice el ángulo de elevación  $\alpha$  o el ángulo cenital  $\phi$ :

Distancia Horizontal: DH

$$DH = 100 \times L \times \cos^2 \alpha_i$$

$$DH = 100 \times L \times \sin^2 \phi_i$$

Donde  $L$  es la diferencia de lecturas entre el Hilo Superior y el Hilo inferior y  $\alpha$  es el Angulo de Elevación.

$$L = HS - HI \quad \alpha = 90^\circ - \phi$$

- **CÁLCULO DE LA DIFERENCIA DE ALTURA -  $\Delta H$ :** la diferencia de altura o distancia vertical a cada punto se calcula con las fórmulas, según se utilice  $\alpha$  o  $\phi$ :

Diferencia de Altura -  $\Delta H$

$$\Delta H = 50 \times L \times \sin 2\alpha$$

$$\Delta H = 50 \times L \times \sin 2\phi$$

- **CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE CADA PUNTO:** las coordenadas Norte, Este y Altura de cada punto medido se calculan con las formulas.

Coordenadas Norte y Este de un punto medido N

$$N_N = N_{Est} + \text{Dist.}_{Est-N} \times \cos AZ_{N-Est}$$

$$E_N = E_{Est} + \text{Dist.}_{Est-N} \times \sin AZ_{N-Est}$$



- **CÁLCULO DE LA ALTURA (H) DE CADA PUNTO:** la cota o altura de cada punto medido se calcula, sumando a la cota del punto estación la diferencia de altura  $\Delta H$  y restándole la altura del teodolito y la lectura del hilo medio:

Altura de un punto medido –  $H_N$

$$H_N = H_{Est} + \Delta H_N + (I - HM)$$

Donde I: altura del teodolito y HM: lectura del Hilo Medio

### C. ERRORES EN LAS MEDICIONES CON MIRA

#### 1. Errores instrumentales

- Longitud incorrecta de la mira, esta se descubre comparando la longitud de la mira con una cinta métrica certificada, si el error es mayor de 2 mm por metro, la mira no se puede utilizar.
- Separación incorrecta de los hilos estadimétricos.
- Falta de nivelación del teodolito por descalado, o por asiento del trípode.

#### 2. Errores naturales

- Influencia de la refracción de la vertical, los rayos de luz se refractan al pasar por capas de aire de diferente densidad y temperatura. Se ha determinado que la temperatura a ras del suelo es 5° mayor que a la altura de un metro.

El error se incrementa con la distancia

$$D = 0,2\% \times \text{Distancia}^2$$

- La influencia de la vibración del aire (reverberación), existe una vibración del aire ocasionada por la diferencia de temperatura entre el aire y la tierra, ocasionando que la imagen sufra deformaciones en diferentes direcciones.
- La influencia del viento, un viento fuerte puede ocasionar inclinaciones en la mira, llegando incluso a hacer imposible las mediciones.

#### 3. Errores personales

- La mira no se sostiene en forma vertical.

- Error la lectura por visuales muy largas mayores de 180 m.
  - Equivocaciones al leer la mira
4. Si las estaciones están vinculadas a redes de puntos fijos, para el inicio de las mediciones se recomienda hacer la medición del ángulo horizontal en las dos posiciones del anteojo.
  5. La medición de los ángulos horizontales en los puntos medidos se hace en la posición directa del anteojo, por cuanto el desplazamiento de la visual ocasionado por 1' para una distancia de 100 m es de 0,03 m, que no es apreciable para ninguna escala de planos.

DESPLAZAMIENTO PARA PLANOS				
Angulo	Escala 1:1000		Escala 1:25000	
	100 m	En el plano	100 m	En el plano
1°	1,7 m	1,7 mm	17 m	0,68 mm
1'	0,03 m	0,03 mm	0,3 m	0,01 mm
1"	0,0005 m			

Tabla 6-1: Desplazamientos

#### D. Resumen en la precisión de los levantamientos con mira

Las tablas a continuación presentan los valores numéricos de los errores medidos, separadamente para las determinaciones de distancias y diferencias de altura.

#### ERRORES EN LA DETERMINACION DE DISTANCIAS

TIPOS DE ERROR	CLASES DE TERRENO Y CARACTERISTICAS DE LAS VISUALS		
	PLANO	ONDULADO	MONTAÑOSO
	D = 200 m $\alpha = 2^\circ$ $\Delta H = 7$ m	D = 150 m $\alpha = 6^\circ$ $\Delta H = 15$ m	D = 100 m $\alpha = 25^\circ$ $\Delta H = 38$ m
1. Error de la constante	0,40	0,30	0,30
2. Inclinação de la mira	0,06	0,13	0,38
3. Inclinação de la parte superior de la mira	0,17	0,26	-
4. Lectura del intervalo de la mira	0,60	0,45	0,30
5. Error del ángulo vertical	0,00	0,01	0,02
6. Error e refracción	0,80	0,45	0,20
<b>Error total de la distancia</b>	<b>+1,09</b>	<b>+0,76</b>	<b>+0,35</b>

Tabla 6-2: Errores en la determinación de distancias

## ERRORES EN LA DETERMINACION DE LAS DIFERENCIAS DE ALTURA

TIPOS DE ERROR	CLASES DE TERRENO Y CARACTERISTICAS DE LAS VISUALS		
	PLANO	ONDULADO	MONTAÑOSO
	D = 200 m $\alpha = 2^\circ$ $\Delta H = 7$ m	D = 150 m $\alpha = 6^\circ$ $\Delta H = 15$ m	D = 100 m $\alpha = 25^\circ$ $\Delta H = 38$ m
1. Error de la constante	0,014	0,031	0,076
2. Inclinación de la mira	0,002	0,014	0,190
3. Inclinación de la parte superior de la mira	0,006	0,028	-
4. Lectura del intervalo de la mira	0,01	0,031	0,114
5. Error del ángulo vertical	0,058	0,043	0,019
6. Error e refracción	0,02	0,01	0,005
<b>Error total de la altura</b>	<b>+0,064</b>	<b>+0,070</b>	<b>+0,235</b>

Tabla 6-3: Errores en las diferencias de altura

## RESUMEN CON TEODOLITO Y MIRA VERTICAL

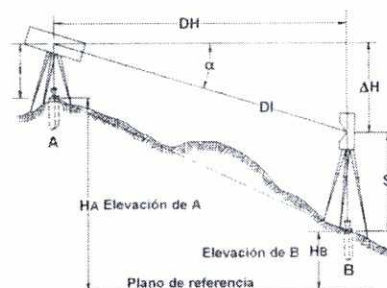
TIPOS DE ERROR	PLANO	ONDULADO	MONTAÑOSO
<b>Error total de la distancia</b>	<b>+1,09 m</b>	<b>+0,76 m</b>	<b>+0,35 m</b>
<b>Error total de la altura</b>	<b>+0,064 m</b>	<b>+0,070 m</b>	<b>+0,235 m</b>

Tabla 6-4: Resumen de errores

## 4. LEVANTAMIENTOS CON TEODOLITO Y DISTANCIÓMETRO (IEMD)

El avance de la electrónica ha permitido el desarrollo de equipos IEMD de tamaño reducido con precisión de milímetros. Estos equipos se pueden acoplar a los teodolitos, permitiendo la realizar levantamientos topográficos con rapidez y eficiencia.

El procedimiento de campo es el mismo que se explicó arriba en la sección 6.2.3.



Taquimetría con IEMD



- **CÁLCULO DE LA DISTANCIA HORIZONTAL - DH:** la distancia horizontal a cada punto se calcula con la fórmula, según se utilice el ángulo de elevación  $\alpha$  o el ángulo cenital  $\phi$ :

Distancia Horizontal: DH

$$DH: DI \times \cos \alpha$$

$$DH: DI \times \sin \phi$$

- **CÁLCULO DE LA DIFERENCIA DE ALTURA -  $\Delta H$ :** la diferencia de altura o distancia vertical a cada punto se calcula, según se utilice el ángulo de elevación  $\alpha$  o el ángulo cenital  $\phi$  con la fórmula:

Diferencia de Altura:  $\Delta H$

$$\Delta H: DI \times \sin \alpha$$

$$\Delta H: DI \times \cos \phi$$

- **CÁLCULO DE LOS AZIMUTS:** el azimut a cada punto medido se calcula sumando al azimut Inicial el ángulo horizontal  $\beta$  a cada punto:

Azimut a un punto N

$$AZ_{Est-N} = AZ_{Inic} + \beta_N$$

- **CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE CADA PUNTO:** las coordenadas Norte, Este y Altura de cada punto medido se calculan con las formulas.

Coordenadas Norte y Este de un punto medido N

$$N_N = N_{Est} + Dist._{Est-N} \times \cos AZ_{N-Est}$$

$$E_N = E_{Est} + Dist._{Est-N} \times \sin AZ_{N-Est}$$

- **CÁLCULO DE LA ALTURA (H) DE CADA PUNTO:** la cota o altura de cada punto medido se calcula, sumando a la cota del punto estación la diferencia de altura  $\Delta H$  y restándole la altura del teodolito y la lectura del hilo medio:

Altura de un punto medido -  $H_N$

$$H_N = H_{Est} + \Delta H_N + (I - s)$$

Donde I: altura del instrumento  
s: altura de la señal



---

## 5. LEVANTAMIENTOS CON ESTACIÓN TOTAL

Este instrumento se ha convertido en la principal herramienta del topógrafo, y junto con los GPS constituyen actualmente la forma más rápida y precisa de realizar un levantamiento topográfico o un replanteo de obra.

Las estaciones totales tienen la gran desventaja que no es necesario la utilización de libretas de campo para la anotación de las mediciones, ya que toda la información queda grabada en la memoria, por lo tanto se hace necesario la elaboración de croquis, donde se señalen las ubicaciones de los puntos de control y medidos, así como los códigos utilizados para identificarlos.

La instalación de la estación total es similar a un teodolito. Una vez instalada y nivelada se procede a inicializarla introduciendo los datos siguientes:

- 1ro. Coordenadas norte, este y altura del punto estación.
- 2do. Coordenadas norte, este y altura del punto de orientación.
- 3ro. Altura del instrumento.
- 4to. Altura del prisma.
- 5to. Código de los puntos a medir.

El proceso de medición se inicia colocando el prisma sobre el primer punto a medir, se pulsa el botón de medición y listo.

La estación total mide la distancia inclinada hasta el prisma, junto con los ángulos horizontales y verticales. El microprocesador calcula la distancia horizontal, la diferencia de altura, el azimut, para luego determinar las coordenadas norte, este y altura del punto observado. Toda esta información queda guardada en la memoria de la estación.

Para la medición del siguiente punto, se gira el instrumento se apunta sobre el prisma colocado sobre él, se aprieta el botón de medición y se reinicia el proceso de medición y cálculo.

En el caso de cambio de estación se debe repetir el proceso de inicialización de la estación.

La mayoría de las estaciones totales modernas, se pueden conectar directamente a un computador y mediante un programa que viene con el equipo la información puede ser impresa o transferirse a un programa de dibujo, para elaborar el plano correspondiente.

### 6.3.3. Levantamientos de detalles con GPS

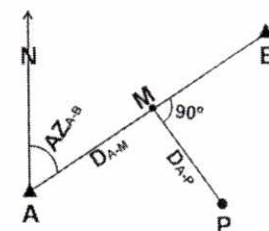
El desarrollo de equipos GPS más pequeños y menos caros así como procedimientos refinados como el levantamiento GPS cinemático con posprocesamiento o en tiempo real (RTK) y sobre todo el método GPS Stop and Go, ver tema N° 5 sección 5.8.2., hacen del GPS ideal para aplicaciones como: levantamientos de detalles, levantamientos de carreteras, conductos (acueductos, oleoductos, canales), equipamiento urbano, actualización de sistemas de información geográficos (SIG).

Estos equipos son especialmente diseñados para levantamientos, poseen una interfaz para el control del sistema y la entrada de códigos que identifiquen los detalles a levantar. Además de las coordenadas del punto se pueden almacenar las características y atributos necesarios que identifique al punto. Los archivos pueden transferirse a una computadora para su procesamiento, y la mayoría incluye formatos tipo CAD para el dibujo de planos.

Para la aplicación del método GPS Stop and Go, se necesitan mínimo dos GPS, uno que se estaciona y queda fijo en una base y otro móvil que es el encargado de registrar los datos del levantamiento. El móvil se estaciona unos 10 segundos en cada punto y luego con el posprocesamiento se pueden obtener precisiones hasta 3 cm.

### 6.3.4. Levantamientos Ortogonales

Este es un método muy sencillo y útil para medir terrenos alargados o para el replanteo de edificaciones con plantas muy largas tipo galpones. Se puede realizar con instrumentos sencillos como la cinta métrica y un prisma de agrimensor, con instrumentos más precisos como teodolito y distanciómetro, o estación total, dependiendo de la exactitud que se requiera. El procedimiento es el siguiente:



Levantamiento Ortogonal

1. Se establece una línea o eje, entre dos puntos de control (A-B)
2. Desde un extremo, sobre un punto de control (A), se mide una distancia ( $D_{A-M}$ ) progresiva sobre el eje, y se señala ese punto (M).
3. Desde el punto M, sobre el eje, se mide un ángulo recto ( $90^\circ$ ) y la distancia perpendicular ( $D_{M-P}$ ) hasta el punto a levantar (P).
4. El procedimiento se repite para cada punto que se quiera levantar.

#### CALCULO DE LAS COORDENADAS DE P

1. El azimut de A a B ( $AZ_{A-B}$ ) se calcula por coordenadas (Tema N° 5 punto 5.7.).

2. El azimut de A a M es igual a azimut de A a B, por estar sobre la misma línea AB :  $AZ_{A-M} = AZ_{A-B}$
3. Conocidos el  $AZ_{A-M}$  y  $D_{A-M}$ , se calculan las coordenadas norte ( $N_M$ ) y este ( $E_M$ ) del punto M, sobre la línea AB (Tema N° 5 punto 5.7.).
4. El azimut de M a P se calcula según la posición del punto a la derecha o la izquierda del eje AB:

Punto a la izquierda:  $AZ_{M-P} = AZ_{A-M} + 90^\circ$

Punto a la derecha:  $AZ_{M-P} = AZ_{A-M} + 270^\circ$

5. Las coordenadas norte y este de P se calculan con las coordenadas de M, el  $AZ_{M-P}$  y la distancia  $D_{A-P}$  (Tema N° 5 punto 5.6.).

Coordenadas:  $N_P$  y  $E_P$

$$N_P = N_M + D_{A-P} \times \text{Sen } AZ_{M-P}$$

$$E_P = E_M + D_{A-P} \times \text{Cos } AZ_{M-P}$$

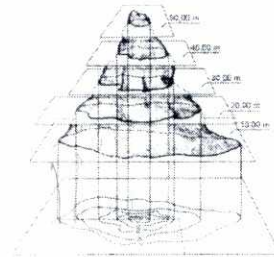
#### 6.4. LAS CURVAS DE NIVEL

Es el método más empleado para la representación gráfica de las formas del relieve de la superficie del terreno, ya que permite determinar, en forma sencilla y rápida, la cota o elevación de cualquier punto del terreno, trazar perfiles, calcular pendientes, resaltar las formas y accidentes del terreno, etc.

**DEFINICIÓN CURVA DE NIVEL:** es una línea continua que une puntos de igual cota o elevación. Una curva de nivel la traza que la superficie del terreno marca sobre un plano horizontal que la intercepta.

Las principales características de las curvas de nivel son:

1. Las curvas de nivel son líneas continuas que se cierran en si mismas, bien sea dentro o fuera del plano, por lo que no se deben interrumpir en el plano.
2. La distancia entre las curvas indica la magnitud de la pendiente del terreno. Un amplio espaciamiento corresponde a pendientes suaves, un espaciamiento estrecho señala una pendiente muy inclinada.
3. En superficies planas inclinadas (taludes) son rectas y paralelas entre sí.





4. Las curvas de nivel nunca se bifurcan.
5. Las líneas de nivel concéntricas y cerradas, cuya elevación va aumentando indican una prominencia o cerro. Las curvas cerradas cuya cota va disminuyendo se llaman curvas de depresión.
6. Curvas con dos vertientes o laderas en forma de U, representan estribo de elevaciones o valles. La línea de unión de las dos vertientes por la parte central de la U representa la divisoria de las vertientes.
7. Una curva de nivel va normalmente entre una correspondiente a mayor elevación y una correspondiente a menor elevación
8. Dos curvas de nivel no pueden cortarse.
9. La distancia vertical o desnivel entre dos curvas de nivel consecutivas es constante y se denomina equidistancia. En los planos esta se puede definir como la milésima parte del denominador de la escala.

Equidistancia normal -  $e_n$ 

$$e_n = D_{\text{escala}} / 1000$$

#### 6.4.1. Aplicaciones de las Curvas de Nivel

Un plano topográfico bien elaborado constituye una base de información indispensable en la planificación, ejecución y control de todo proyecto.

De un plano con curvas de nivel se puede determinar la altura o cota de cualquier punto sobre el plano, la diferencia de elevación o pendiente entre dos puntos, calcular volúmenes de corte y relleno para trazados viales o construcción de terrazas, trazar vías, canales, tendidos de tuberías etc.

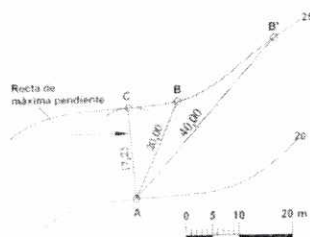
1. **CALCULO DE PENDIENTES:** la pendiente de una línea entre dos puntos ubicados entre dos curvas de nivel consecutivas se calcula:

$$P = \frac{e \times 100}{D}$$

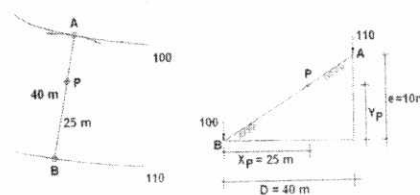
donde  $p$  = pendiente en %

$e$  = equidistancia de las curvas de nivel

$D$  = distancia horizontal entre los puntos



Cálculo de Pendientes



Cálculo de cota de un punto



2. **CALCULO DE LA COTA DE UN PUNTO ENTRE DOS CURVAS:** para el cálculo de la cota se utiliza el método de interpolación. Se traza una línea entre las dos curvas y el punto a medir. Se mide la distancia entre las dos curvas y entre la curva menor y el punto. Se aplica la interpolación:

$$Y_P = \frac{X_P \times e}{D}$$

donde  $Y_P$  = diferencia de altura del punto  
 $X_P$  = distancia de la curva al punto  
 $e$  = equidistancia de las curvas de nivel  
 $D$  = distancia horizontal entre los puntos

$$\text{Cota del punto} - C_P = \text{Cota de la curva} + Y_P$$

3. **TRAZADO DE LÍNEAS DE PENDIENTE CONSTANTE:** se determina la pendiente de la línea a trazar, se determina la distancia horizontal a recorrer para vencer el desnivel entre curva y curva:

Ejemplo trazar una línea de  $p = 5\%$ , en un plano escala 1:2500 con equidistancia de curvas  $e = 5$  m

$$D = \frac{e \times 100}{P} \rightarrow D = \frac{5 \text{ m} \times 100}{5 \%} = 100 \text{ m}$$

Se abre un compás con esa abertura a la escala del plano

$$\text{Dibujo} = E \times \text{Objeto} \rightarrow D = \frac{1}{2500} \times 10000 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Con esta abertura de compas se van cortando curvas, luego se unen los puntos y se obtiene la línea de pendiente continua.

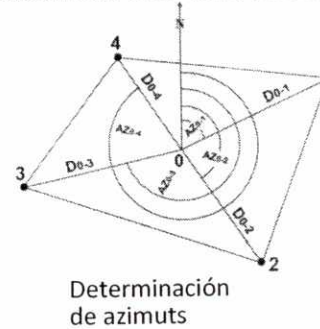
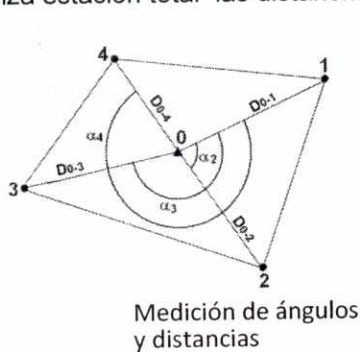
4. **PERFILES LONGITUDINALES:** es la traza que el eje de un proyecto marca sobre el plano vertical. Los perfiles son imprescindibles para el trazado de carreteras, canales, tendidos de tuberías.
5. **SECCIONES O PERFILES TRANSVERSALES:** son perfiles perpendiculares al eje de referencia del proyecto. Las secciones transversales se utilizan para el cálculo del volumen del movimiento de tierra necesarios para la ejecución del proyecto.

## 6.5. OTROS TIPOS DE LEVANTAMIENTOS

### 6.5.1. Levantamiento de parcelas por ángulo y distancia – Radiación

Este método se utiliza para determinar la forma, área y linderos de parcelas urbanas pequeñas, hasta  $5.000 \text{ m}^2$ . Es un tipo de levantamiento por radiación. En un

lugar céntrico de la parcela, desde donde se tenga visual a todos los vértices que definen la parcela, se coloca una estación central a la que se le dan coordenadas (N, E). En ese punto se estaciona un teodolito o estación total, luego se hacen visuales a todos los vértices midiendo el ángulo horizontal y la distancia. Si no se utiliza estación total las distancias se pueden medir con mira vertical o cinta métrica.



Las coordenadas de la estación y del punto de orientación se determinan con GPS, las distancias se miden con cualquier instrumento disponible cinta, mira o distanciómetro.

Las coordenadas de los puntos observados se calculan por el método de azimut y distancia, ver sección 6.2.4., la longitud de los linderos se realiza por coordenadas

Distancia entre dos puntos A-B

$$\text{Dist}_{A-B} = \sqrt{\Delta N_{A+B}^2 + \Delta E_{A-B}^2}$$

### 6.5.2. Área de una definida por coordenadas

El área de la parcela se calcula por coordenadas, aplicando la formula:

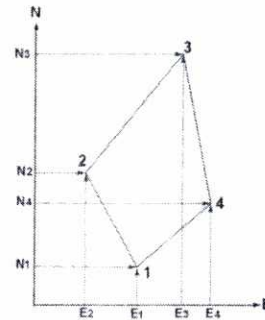
Área – A

$$A = \frac{(\sum N_i \times E_{i+1}) - (\sum E_i \times N_{i+1})}{2}$$

Para una parcela de cuatro puntos el área se calcula

$$A = \frac{1}{2} ((N_1 \times E_2 + N_2 \times E_3 + N_3 \times E_4 + N_4 \times E_1) - (E_1 \times N_2 + E_2 \times N_3 + E_3 \times N_4 + E_4 \times N_1))$$

Norte	Este	$N_i \times E_{i+1}$	$E_i \times N_{i+1}$
$N_1$	$E_1$		
$N_2$	$E_2$	$N_1 \times E_2$	$E_1 \times N_2$
$N_3$	$E_3$	$N_2 \times E_3$	$E_2 \times N_3$
$N_4$	$E_4$	$N_3 \times E_4$	$E_3 \times N_4$
$N_1$	$E_1$	$N_4 \times E_1$	$E_4 \times N_1$
		$\Sigma N_i \times E_{i+1}$	$\Sigma E_i \times N_{i+1}$



### 6.5.3. Levantamiento de parcelas con cinta métrica

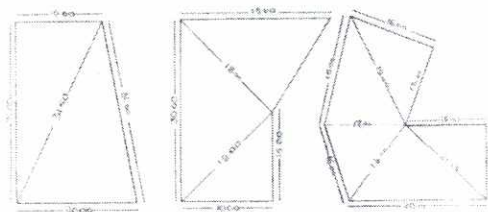
Consiste en el levantamiento planimétrico de una parcela urbana, pequeña hasta unos 2.000 m<sup>2</sup>, utilizando únicamente una cinta métrica.

Debido a la diversidad de formas que tienen las parcelas urbanas, el método consiste en dividir el polígono que define la parcela en el menor número de triángulos posible, de manera que estos se puedan medir fácilmente con la cinta métrica.

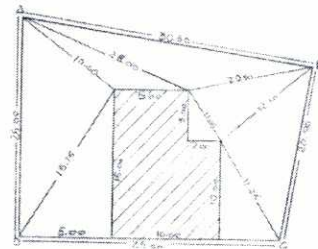
En los triángulos se van a distinguir dos medidas los linderos o lados de la parcela, y las líneas diagonales o auxiliares que ayudan a formar los triángulos. Para determinar el número de diagonales necesarias a ser medidas, se emplea la fórmula:

$$N^{\circ} \text{ diagonales} = n - 3$$

donde n: número de lados del polígono



Levantamiento de parcelas desocupadas



Levantamiento de parcela con construcción

### Proceso de medición

1. Se elabora un croquis de la parcela, donde se señalan los linderos de la parcela, edificaciones y otros detalles que se vayan a levantar.
2. En el croquis se dibujan las líneas auxiliares que definen los triángulos a medir.

3. Se procede luego a medir los linderos de la parcela, las líneas auxiliares y los contornos de las edificaciones y los detalles de interés.

#### Proceso de dibujo y calculo

1. Seleccionada la escala de dibujo, sobre una hoja utilizando un compás, escalímetro y escuadras, se procede a dibujar cada triangulo medido.
2. El área de la parcela se calcula de manera gráfica, aplicando la fórmula del área del triangulo.

$$\text{Área Triangulo } A = \frac{b \times h}{2}$$

donde b: base  
h: altura

3. El área de las construcciones se calcula con la fórmula del área de un rectángulo:

$$\text{Área Rectángulo } A = l_1 \times l_2$$

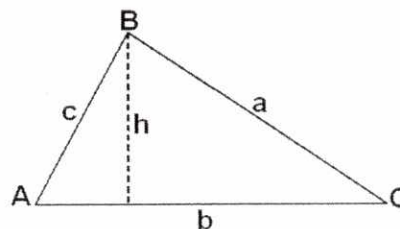
#### 6.5.4. Formulas Geométricas

##### 1. Triangulo

$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

$$\text{Área} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} \text{ semiperímetro}$$



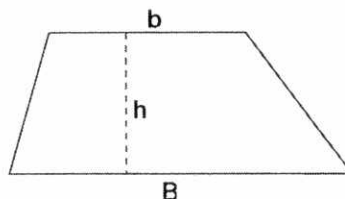
##### 2. Trapecio

$$\text{Área} = \frac{B + b}{2} \times h$$

B = lado mayor

b = lado menor

h = altura





Downloaded from <http://ajphaphysocpharm.sagepub.com/> at 10:06 11 September 2014

## 1. Levantamiento Taquimétrico con teodolito y mira

COORD.	NORTE	ESTE	COTA T-0	Altura Teod. I
T-O	500,00	400,00	52	1,70 mts.

	ANGULO ZENITAL: $\phi$			ANG. ELEVACION $\alpha = 90 - \phi$			HILO SUPER.	HILO MEDIO	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ. $100xLx\cos^2\alpha$
P.V.	°	'	"	°	'	"	LS	LM	LI	L=HS-HI	DH
1	86	32	12	3	27	48	2,687	2,271	1,854	0,833	82,996
2	95	10	48	-5	10	48	2,468	2,070	1,671	0,797	79,050
3	92	35	21	-2	35	21	2,185	1,764	1,342	0,843	84,128
4	78	18	36	11	41	24	2,652	2,202	1,752	0,900	86,305
5	81	42	20	8	17	40	2,764	2,327	1,889	0,875	85,679

CALCULO DE COORDENADAS											
	DIRECCION			AZIMUT			DISTAN. MTS.	PROYECCION		COORDENADAS	
	HORIZ. : $\alpha$			$AZ_i = AZ_o + \alpha_i$				NORTE $\Delta N$	ESTE $\Delta E$	NORTE	ESTE
P.V.	°	'	"	°	'	"	DH	DH x Cos AZ	DH x Sen AZ	Ni = No $\Delta N$	Ei = Eo + $\Delta E$
T-0				125	34	40				500,000	400,000
1	0	0	0	125	34	40	82,996	-48,280	67,508	451,720	467,508
2	84	12	50	209	47	30	79,050	-68,610	-39,263	431,390	360,737
3	146	32	18	272	6	58	84,128	3,086	-84,071	503,086	315,929
4	226	5	47	351	40	27	86,305	85,392	-12,524	585,392	387,476
5	302	25	27	68	0	7	85,679	32,098	79,439	532,098	479,439

CALCULO DE COTAS								
DOBLE ANG. ELEV.: $2\alpha$	DIFER. HILOS	DIF ALT $50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha$	ALTURA TEODOL.	HILO MEDIO		DIF. $\Delta H + (i - L_m)$	COTAS	
P.V.	° ' "	L	$\Delta H$	I	Lm	i - Lm	H	TO + H
T-O								52,000
1	6 55 36	0,833	5,023	1,700	2,271	-0,571	4,452	56,452
2	-10 21 36	0,797	-7,166	1,700	2,070	-0,370	-7,536	44,464
3	-5 10 42	0,843	-3,804	1,700	1,764	-0,064	-3,868	48,132
4	23 22 48	0,900	17,856	1,700	2,202	-0,502	17,354	69,354
5	16 35 20	0,875	12,490	1,700	2,327	-0,627	11,863	63,863

LINDEROS		CALCULO DEL AREA DE LA PARCELA				
		PTO	NORTE	ESTE	$N_i \times E_{i+1}$	$E_i \times N_{i+1}$
1-2	106,78 m	1	451,72	467,51		
2-3	44,82 m	2	431,39	360,74	162.951,95	201.678,30
3-4	71,55 m	3	503,09	315,93	136.288,41	181.481,67
4-5	91,97 m	4	585,39	387,48	194.933,90	184.942,01
5-1	12,58 m	5	532,10	479,44	280.659,83	206.175,32
		1	451,72	467,51	248.760,20	216.572,26
			Suma		1.023.594,28	990.849,55

$$\text{Area} = \frac{1.023.594,28 - 990.849,55}{2} = 16.372,37 \text{ m}^2$$

## 2. Levantamiento con ángulo y distancia

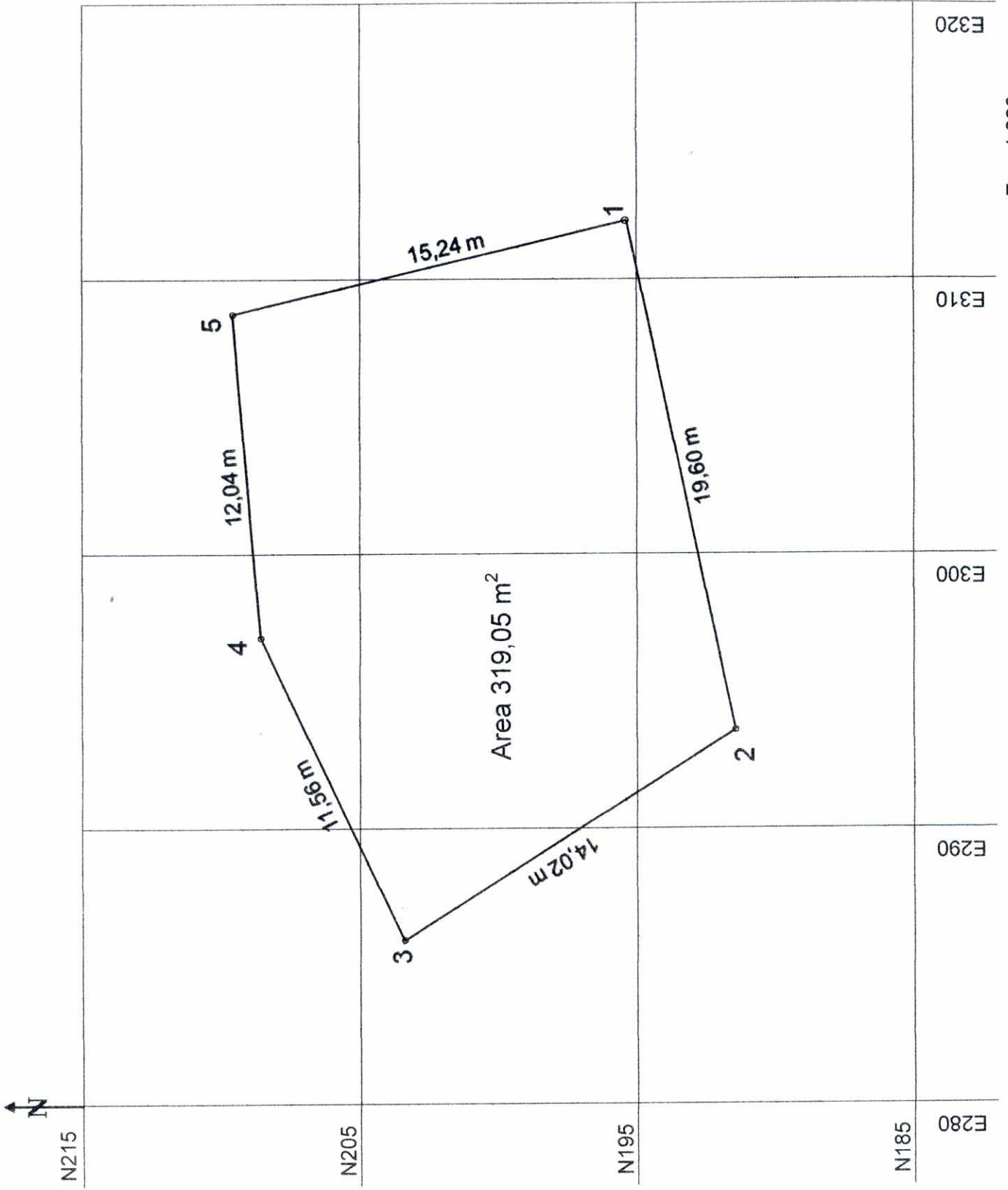
AZIMUT	°	'	"
P0 a 1	110	42	56

COORD.	NORTE	ESTE
T-O	200,00	300,00

	DIREC. HORIZ			AZIMUT			DISTAN.	PROYECCION		COORDENADAS	
	$\alpha$			Azi = AZo + $\alpha$ i				NORTE $\Delta N$	ESTE $\Delta E$	NORTE	ESTE
P.V.	°	'	"	°	'	"	mts. D				
P0										200,00	300,00
1	0	0	0	110	42	56	13,85	-4,90	12,96	195,10	312,96
2	106	22	41	217	5	37	10,50	-8,38	-6,33	191,62	293,67
3	172	20	5	283	3	1	14,50	3,27	-14,13	203,27	285,87
4	225	10	20	335	53	16	8,30	7,57	-3,39	207,57	296,61
5	290	30	10	41	13	6	12,85	9,67	8,47	209,67	308,47

LINDEROS		CALCULO DEL AREA DE LA PARCELA				
		PTO.	NORTE	ESTE	$N_i \times E_{i+1}$	$E_i \times N_{i+1}$
1-2	19,60	1	195,10	312,96		
2-3	14,02	2	191,62	293,67	57.295,42	59.969,52
3-4	11,56	3	203,27	285,87	54.780,10	59.694,26
4-5	12,04	4	207,57	296,61	60.291,49	59.340,17
5-1	15,24	5	209,67	308,47	64.029,95	62.188,44
		1	195,10	312,96	65.616,08	60.182,55
			SUMA		302.013,04	301.374,94

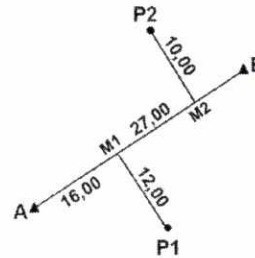
$$\text{Area} = \frac{302.013,04 - 301.374,94}{2} = 319,049 \text{ m}^2$$



## 3. Levantamiento Ortogonal

Calcular las coordenadas de los puntos P1 y P2 medidos por método ortogonal, desde los puntos de control A y B.

Pto.	NORTE	ESTE
A	3.504,00	2.105,00
B	3.525,00	2.136,00



$$AZ_{A-B} = \text{Arctg} \frac{2.136,00 - 2.105,00}{3.525,00 - 3.504,00} = 1,47619 = 55^\circ 53' 08'' \text{ 1er cuadrante}$$

$$AZ_{A-B} = 55^\circ 53' 08'' \quad \text{Dist. A-B} = 37,44 \text{ m}$$

**Calculo coordenadas de P1**

$$* \quad AZ_{A-M1} = AZ_{A-B} = 55^\circ 53' 08'' \quad \text{Dist. A-M1} = 16,00 \text{ m} \quad \text{Dist. M1-P1} = 12,00 \text{ m}$$

$$\text{Norte M1} \quad NM1 = 3.504,00 + 16,00 \times \cos 55^\circ 53' 08'' = 3.512,97$$

$$\text{Este P1} \quad EM1 = 2.105,00 + 16,00 \times \sin 55^\circ 53' 08'' = 2.118,25$$

$$AZ_{M1-P1} = AZ_{A-M1} + 90^\circ = 55^\circ 53' 08'' + 90^\circ = 145^\circ 53' 08''$$

$$\text{Norte P1} \quad NP1 = \text{Norte M1} + \text{Dist. M1-P1} \times \cos AZ_{M1-P1}$$

$$NP1 = 3.512,97 + 12,00 \times \cos 145^\circ 53' 08'' \rightarrow NP1 = 3.503,04$$

$$\text{Este P1} \quad EP1 = \text{Este M1} + \text{Dist. M1-P1} \times \sin AZ_{M1-P1}$$

$$EP1 = 2.118,25 + 12,00 \times \sin 145^\circ 53' 08'' \rightarrow EP1 = 2.124,98$$

**Calculo coordenadas de P2**

$$AZ_{A-M2} = AZ_{A-B} = 55^\circ 53' 08'' \quad \text{Dist. A-M2} = 27,00 \text{ m} \quad \text{Dist. M2-P2} = 10,00 \text{ m}$$

$$\text{Norte M2} \quad NM2 = 3.504,00 + 27,00 \times \cos 55^\circ 53' 08'' = 3.519,14$$

$$\text{Este M2} \quad EM2 = 2.105,00 + 27,00 \times \sin 55^\circ 53' 08'' = 2.127,35$$

$$AZ_{M2-P2} = AZ_{A-M2} + 270^\circ = 55^\circ 53' 08'' + 270^\circ = 325^\circ 53' 08''$$

$$\text{Norte P2} \quad NP2 = NM2 + \text{Dist. M2-P2} \times \cos AZ_{M2-P2}$$



$$N_{P2} = 3.512,97 + 10,00 \times \cos 325^\circ 53' 08'' \rightarrow N_{P2} = 3.527,42$$

$$\text{Este } P2 \quad E_{P1} = E_{M1} + \text{Dist. } M1-P1 \times \sin AZ_{M1-P1}$$

$$E_{P2} = 2.127,35 + 10,00 \times \sin 325^\circ 53' 08'' \rightarrow E_{P2} = 2.121,75$$

## 6.7. EJERCICIOS

### 1. Levantamiento con ángulo y distancia

	°	'	"
Az: P0 a 1	120	40	28

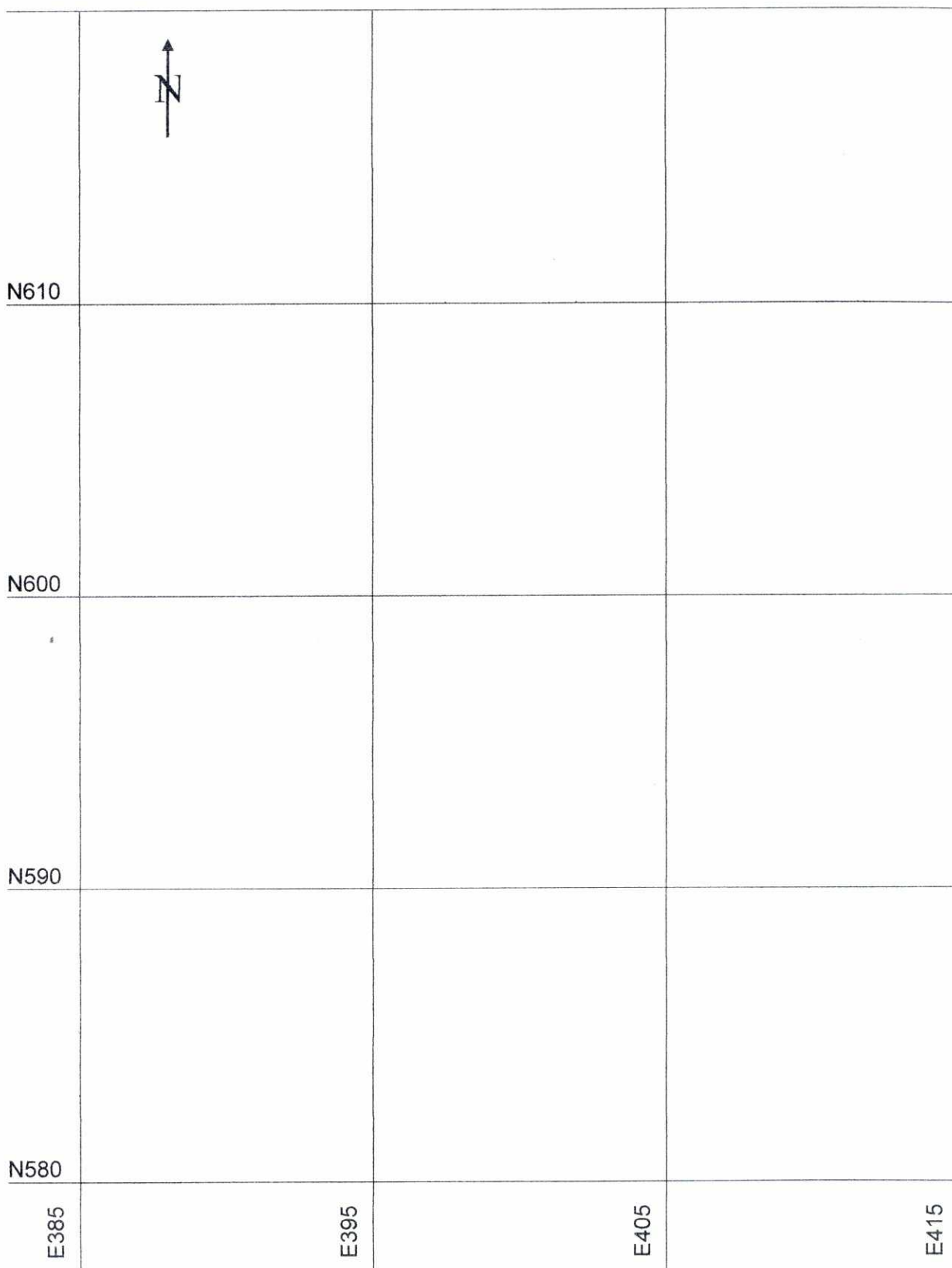
	Norte	Este
Pto. O	600,00	500,00

P.V.	DIREC. HORIZ $\alpha$			DISTAN. mts. D	PROYECCION		COORDENADAS	
	°	'	"		NORTE $\Delta N = D \times \cos \text{Azi}$	ESTE $\Delta E = D \times \sin \text{AZ}$	NORTE $N_i = N_o + \Delta N_i$	ESTE $E_i = E_o + \Delta E_i$
P0								
1	0	0	0	20,40				
2	84	15	20	34,90				
3	125	34	6	28,60				
4	268	38	42	34,40				
5	310	36	37	22,50				

### Area de la parcela

PTO.	NORTE	ESTE	$N_i \times E_{i+1}$	$E_i \times N_{i+1}$
1				
2				
3				
4				
5				
1				
		Suma		

LINDEROS	
1-2	
2-3	
3-4	
4-5	
5-1	



Escala 1:200

## 2. Levantamiento de una parcela por Taquimetría

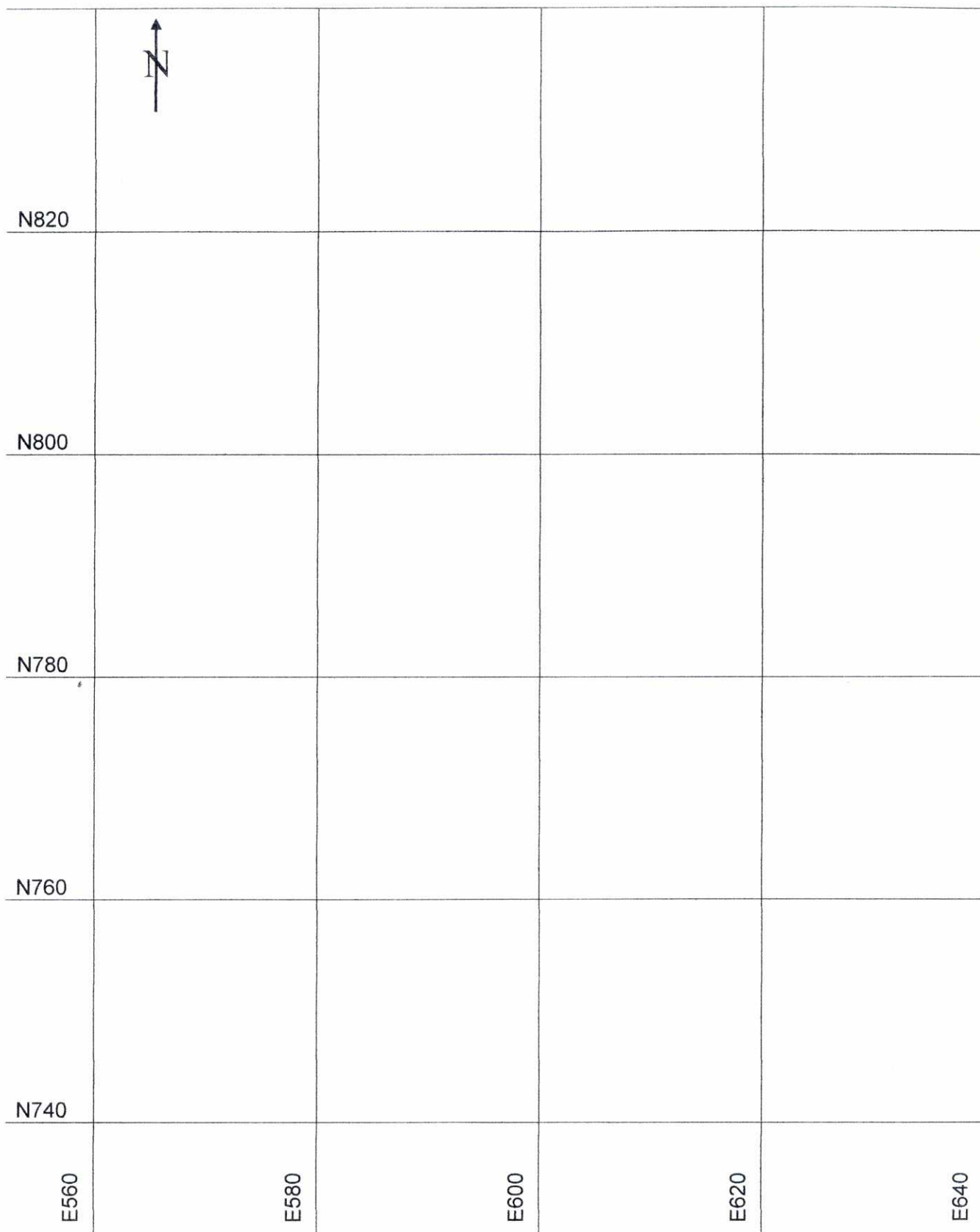
	°	'	"
Azimut TO-1	248	10	32

Norte	Este	Cota TO	Alt. Teod.
600,00	400,00	46,00	1,70

	ANGUL ZENITAL: $\varphi$			ANG. ELEVACION $\alpha = 90 - \varphi$			HILO SUPER.	HILO MEDIO	HILO INFER	DIFER. HILOS $L = L_s - L_i$	DIST. HORIZ. $100 \times L \times \cos^2 \alpha$
P.V.	°	'	"	°	'	"	$L_s$	$L_m$	$L_i$		DH
1	85	28	20				1,252	1,174	1,126		
2	92	32	8				1,570	1,511	1,452		
3	96	36	26				1,748	1,647	1,546		
4	80	39	50				1,420	1,388	1,295		
5	83	47	19				1,558	1,487	1,415		

	CALCULO DE COORDENADAS			DISTAN. HORIZ. MTS.	PROYECCIONES		COORDENADAS					
	DIRECCION HORIZ. : $\alpha_i$	AZIMUT $AZ_i = AZ_o + \alpha_i$	NORTE $\Delta N$		ESTE $\Delta E$							
	P.V.	°	'	"	°	'	"	DH	DH x CosAZ	DH x SenAZ	Ni = No + $\Delta N$	Ei = Eo + $\Delta E$
TO												
1	0	0	0									
2	95	10	30									
3	142	20	15									
4	192	5	29									
5	268	40	50									





Escala 1:250

**CALCULO DE COTAS**

P.V.	DOBLE ANGULO ELEV.: $2\alpha$	DIFER. HILOS L	DIF. ALT $50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha$ $\Delta H$	ALTURA TEODOL. I	HILO MEDIO Lm	i - Lm	ALTURA Hi $\Delta H + (i - Lm)$	COTAS Cota = TO + Hi
TO								
1								
2								
3								
4								
5								

**CALCULO DEL AREA DE LA PARCELA**

Ptos.	NORTE	ESTE	$N_i \times E_{(i+1)}$	$E_i \times N_{(i+1)}$
1				
2				
3				
4				
5				
1				
		SUMA		

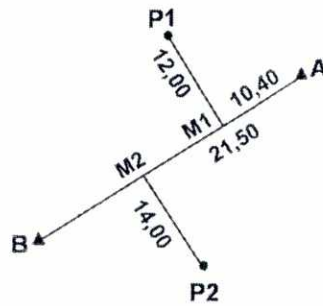
Area =  $\frac{\quad}{2} =$

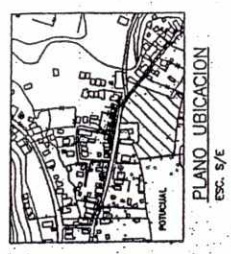
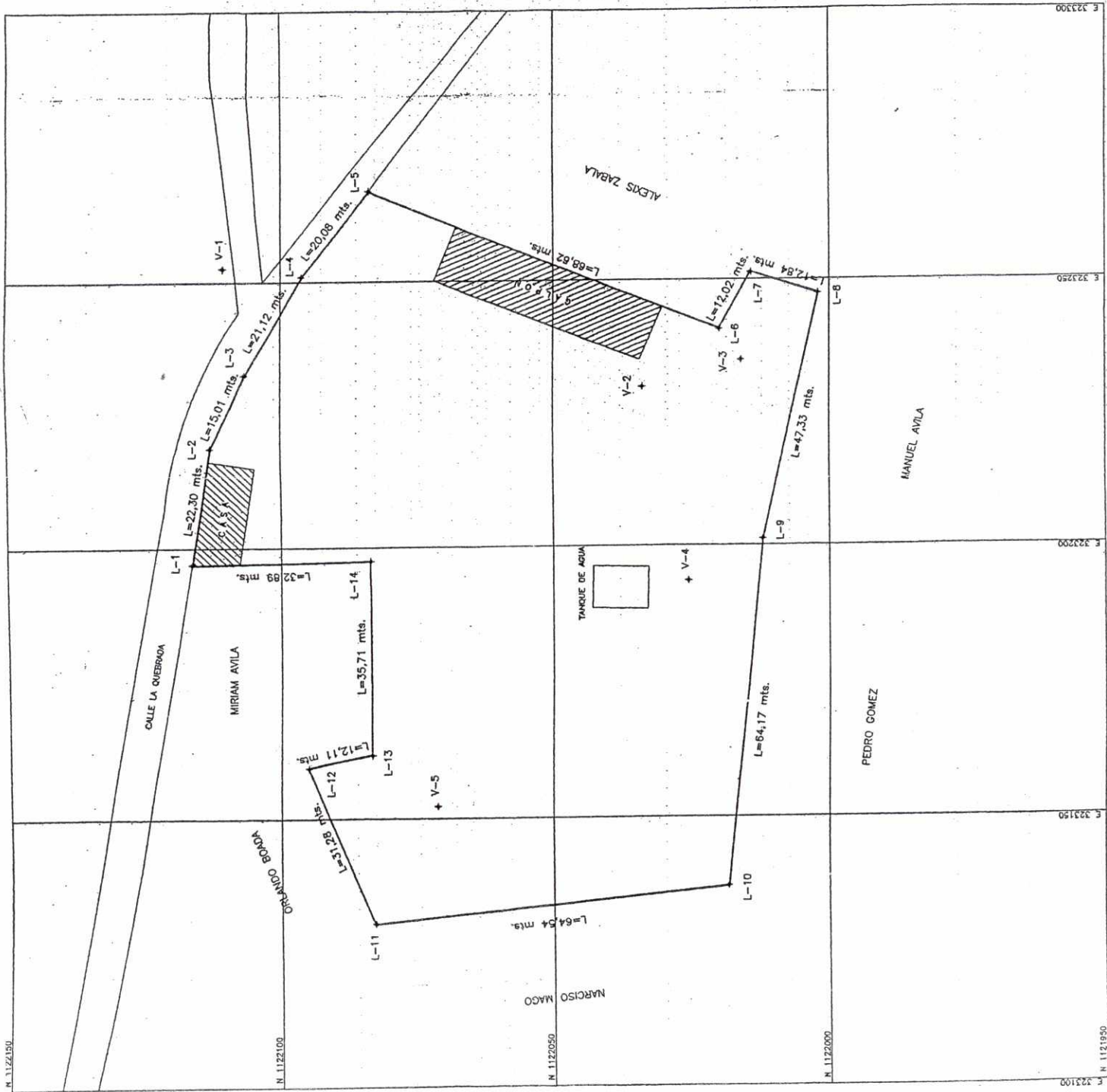
LINDEROS	
1-2	
2-3	
3-4	
4-5	
5-1	

3. Levantamiento Ortogonal. Calcular las coordenadas de P1 y P2

Pto.	NORTE	ESTE
A	4.625,00	3.236,00
B	4.604,00	3.205,00

Distancias	
A-M1	10,40 m
M1-P1	12,00 m
A-M2	21,50 m
M2-P2	14,00 m





CUADROS DE COORDENADAS UTM (REGVEN)

PUNTOS	NORTE	ESTE
L-1	1.122.116,112	323.196,8501
L-2	1.122.112,736	323.218,8962
L-3	1.122.106,572	323.232,5788
L-4	1.122.086,070	323.250,9054
L-5	1.122.083,536	323.266,5956
L-6	1.122.020,005	323.240,6574
L-7	1.122.014,300	323.251,2404
L-8	1.122.002,081	323.247,2950
L-9	1.122.012,194	323.201,0574
L-10	1.122.018,599	323.137,1921
L-11	1.122.082,595	323.130,5800
L-12	1.122.094,905	323.159,3366
L-13	1.122.083,041	323.161,7477
L-14	1.122.083,223	323.197,4567

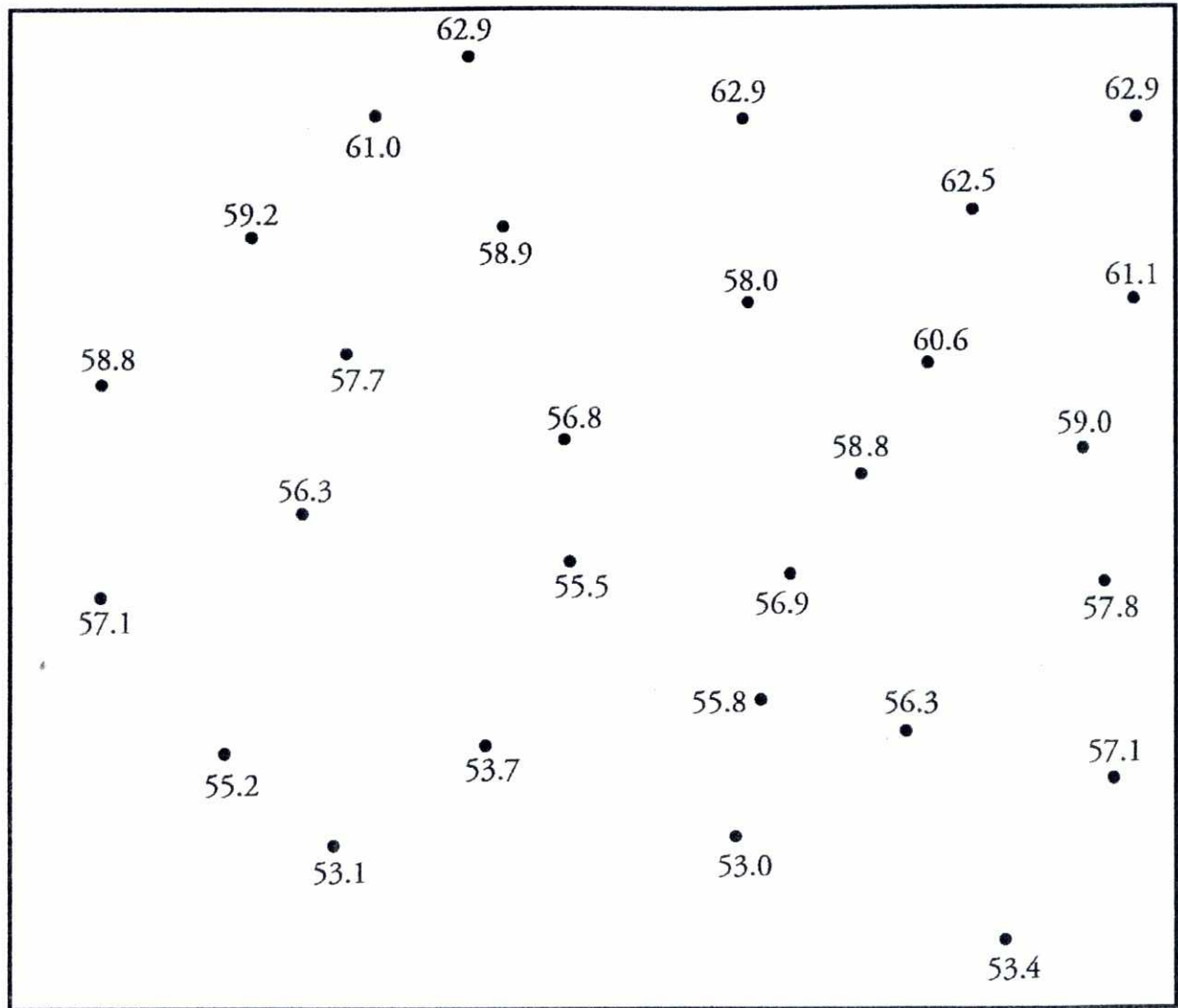
*Narciso Vázquez Franco*  
Topógrafo  
C.I. 2.994.411

**LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO**  
PARCELA UBICADA EN LA CALLE LA QUEBRADA POTUGUAL  
PARROQUIA PODELOS - MUNICIPIO SOTILLO  
ESTADO ANZOATEGUI

PROPIETARIO:	MARCO GEROLAMI VETOR
PARROQUIA:	POTUGUAL
MUNICIPIO:	SOTILLO
ESTADO:	ANZOATEGUI
ESCALA:	1 : 500
FECHA:	ENERO 2010
AREA:	10.178,79 m2



## 4. Dibujar las curvas de nivel cada dos metros



## Tema N°

## 7

## LEVANTAMIENTOS DE CONTROL - POLIGONALES

## 7.1. LEVANTAMIENTOS DE CONTROL

**DEFINICIÓN LEVANTAMIENTOS DE CONTROL:** determinan con precisión las posiciones horizontal y vertical de una serie de señalamientos. Se denomina levantamiento de control a los trabajos topográficos para el establecimiento de una red de puntos a los que se le determinarán coordenadas norte (N), este (E) y altura (H) con la suficiente precisión para servir de base o apoyo a otros levantamientos.

Los levantamientos de control se clasifican en dos tipos: horizontal y vertical.

**EL CONTROL HORIZONTAL:** denominado control planimétrico, se determina por una serie de puntos extendidos sobre el terreno cuyas coordenadas norte y este se han determinado con exactitud. El control horizontal se logra por varios métodos: poligonales, triangulaciones y GPS.

**EL CONTROL VERTICAL:** es la colocación de bancos de nivel (BM: puntos de cota o altura conocida) dentro del área de terreno que se va a configurar y se usa como base para reproducir con exactitud el relieve del terreno en un plano. Los BM se tienden mediante redes de nivelación que parten de un BM y cierran en otro BM. Si se nivelan los puntos de control horizontal entonces se denominará Control Planialtimétrico.

## 7.2. POLIGONALES

Cuando el área del terreno a levantar es muy grande o tiene obstáculos que no permiten un levantamiento de tipo radial, se utilizan las poligonales, estas permiten colocar puntos alrededor del terreno que posteriormente se utilizarán como puntos de estación para los levantamientos de detalles. Si en un área de levantamiento no hay puntos de control, las poligonales permiten arrastrar puntos de coordenadas desde un sitio donde existan hasta el área del proyecto.

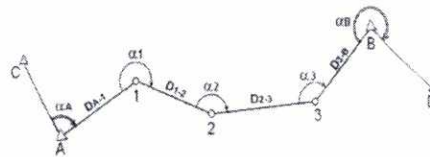
**DEFINICIÓN POLIGONAL:** una poligonal es una sucesión de líneas rectas, consecutivas, llamadas lados, unidas entre sí por ángulos horizontales. Los lados y los ángulos se han determinado a partir de mediciones de campo.

En resumen las poligonales permiten crear o arrastrar puntos de coordenadas para densificar o crear una red de control horizontal.

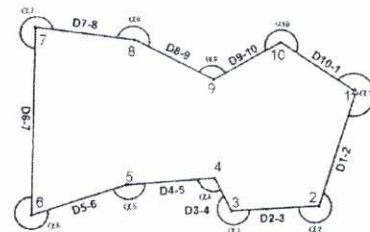
### 7.2.1. Tipos de Poligonales

Según su diseño las poligonales con enlace de control se clasifican en dos tipos:

- **POLIGONALES ABIERTAS:** se inician en dos puntos de apoyo (puntos de coordenadas conocidas) y terminan en otros dos puntos de apoyo. Se utilizan en levantamientos donde hay recorrer largas distancias como en levantamientos para carreteras, tendidos de líneas y tuberías.



Poligonal Abierta



Poligonal Cerrada

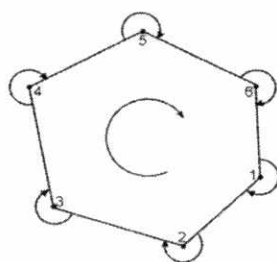
- **POLIGONALES CERRADAS:** estas se inician y terminan en el mismo punto de apoyo, formando un polígono geométrica y analíticamente cerrado. Se utilizan para levantamiento de grandes áreas como levantamientos para urbanismos, levantamientos de fincas y haciendas, cuencas hidrográficas. Son muy útiles en levantamientos independientes.

### 7.2.2. Trazado de las Poligonales

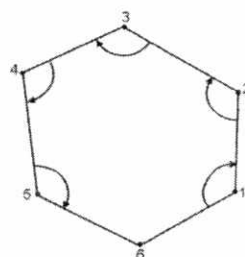
1. **MEDICIONES ANGULARES:** Según el método seguido para las mediciones angulares estas se pueden levantar de dos formas:
  - **POLIGONALES POR ÁNGULOS EXTERNOS:** este es el método más común de medición de ángulos en las poligonales. Se coloca el teodolito vértice estación, desde allí se visa el vértice anterior, se coloca en  $0^\circ$ , entonces se gira hacia la derecha (en sentido horario) hasta visar el vértice siguiente, y toma la lectura del ángulo, en las dos posiciones del anteojo.

- **POLIGONALES POR ÁNGULOS INTERNOS:** en este caso se visa el vértice siguiente, se coloca el teodolito en  $0^\circ$ , entonces se gira en sentido horario hasta visar el vértice anterior, y toma la lectura del ángulo, en las dos posiciones del anteojo.

Se recomienda utilizar un único método para medir los ángulos en una poligonal. Igualmente es recomendable que los ángulos sean proporcionales, es decir no alternar ángulos muy amplios con ángulos muy agudos.



Poligonal con  
ángulos externos



Poligonal con  
ángulos internos

2. **MEDICIONES DE DISTANCIAS:** las longitudes de los lados se miden por el método más simple y económico capaz de satisfacer la precisión exigida en el proyecto. Los métodos que se emplean con más frecuencia son la cinta métrica, la mira vertical y los IEMD. Se recomiendan que las longitudes de los lados sean proporcionales, es decir no combinar distancias muy largas junto a distancias muy cortas.
3. **SELECCIÓN DE LAS ESTACIONES:** la disposición en la selección de las estaciones depende del tipo de levantamiento para el que la poligonal servirá de apoyo. En los levantamientos de propiedades las estaciones se ubican cerca de los vértices que definen los linderos. En los levantamientos orográficos o de detalles, cada estación se coloca de manera pueda cubrir la mayor área a levantar y detalles que definir.

Todos los puntos tienen que estar marcados y debidamente protegidos, en el terreno, para los futuros levantamientos y posibles replanteos de obras. Los puntos deben quedar descritos y tener referencias fotográficas, para su localización posterior.

### 7.2.3. Cálculo y Compensación de Poligonales

En las poligonales abiertas y cerradas se realizan las siguientes operaciones:

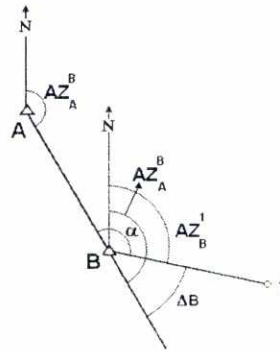


1. Cálculo y compensación del error de cierre angular
2. Cálculo de los azimuts de las líneas
3. Cálculo de las proyecciones norte y este
4. Cálculo y compensación del error de cierre lineal
5. Cálculo de las coordenadas de los vértices

#### 7.2.4. Ley de Propagación de los Azimuts

Los azimuts de los lados de una poligonal se pueden calcular a partir de un azimut conocido y de los ángulos medidos, aplicando la ley de propagación de los azimuts, la cual se puede deducir de la figura:

Los puntos de apoyo A y B tienen coordenadas conocidas, por lo tanto se puede determinar el azimut de A a B. El ángulo  $\alpha$  fue medido.



$$AZ_B^1 = AZ_A^B - \Delta B$$

$$\Delta B = 180^\circ - \alpha$$

$$AZ_B^1 = AZ_A^B - (180^\circ - \alpha) \rightarrow AZ_B^1 = AZ_A^B + \alpha - 180^\circ$$

**Azimut de una línea:**  $AZ_A^i$

$$AZ_A^i = AZ_{Anterior} + \alpha_i - 180^\circ$$

Los criterios de utilización de la ecuación son los siguientes:

1. Si  $AZ_{Anterior} + \alpha_i < 180^\circ \rightarrow$  se suma  $180^\circ$
2. Si  $AZ_{Anterior} + \alpha_i \geq 180^\circ \rightarrow$  se resta  $180^\circ$
3. Si  $AZ_{Anterior} + \alpha_i \geq 540^\circ \rightarrow$  se resta  $540^\circ$ , ningún azimut es mayor de  $360^\circ$

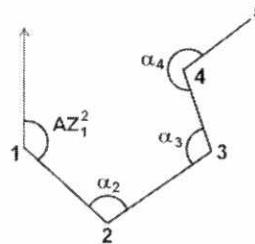
**Ejemplo:** calcular los azimuts de la poligonal

$$AZ_{1-2} = 125^{\circ} 30' 12''$$

$$\alpha_2 = 120^{\circ} 18' 30''$$

$$\alpha_3 = 100^{\circ} 40' 28''$$

$$\alpha_4 = 210^{\circ} 25' 54''$$



$$AZ_{2-3} = AZ_{1-2} + \alpha_2 - 180^{\circ}$$

$$AZ_{2-3} = 125^{\circ} 30' 12'' + 120^{\circ} 18' 30'' - 180^{\circ} = 65^{\circ} 48' 42''$$

$$AZ_{2-3} = 65^{\circ} 48' 42''$$

$$AZ_{3-4} = AZ_{2-3} + \alpha_3 - 180^{\circ}$$

$$AZ_{3-4} = 65^{\circ} 48' 42'' + 100^{\circ} 40' 28'' - 180^{\circ} = 346^{\circ} 29' 10''$$

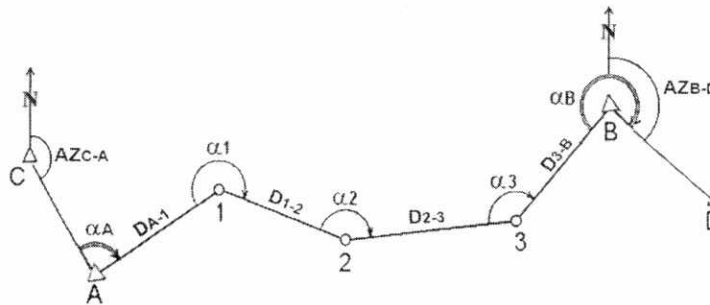
$$AZ_{3-4} = 346^{\circ} 29' 10''$$

$$AZ_{4-5} = AZ_{3-4} + \alpha_4 - 180^{\circ}$$

$$AZ_{4-5} = 346^{\circ} 29' 10'' + 210^{\circ} 25' 54'' - 180^{\circ} = 16^{\circ} 55' 04''$$

$$AZ_{4-5} = 16^{\circ} 55' 04''$$

### 7.2.5. Cálculo y Compensación de la Poligonal Abierta



#### 1. CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DEL ERROR DE CIERRE ANGULAR

El conocimiento de las coordenadas de los puntos de apoyo iniciales C y A, y finales B y D, permiten calcular los azimuts inicial y final de la poligonal. Donde se tiene:

$$\text{Azimut Inicial: } AZ_{\text{inicial}} = AZ_A^A \quad \text{Azimut Final: } AZ_{\text{final}} = AZ_B^D$$

El error angular  $\delta\alpha$  será la diferencia entre el azimut final observado (obtenido por los ángulos medidos) y el azimut final calculado por coordenadas.

**Error Angular** -  $\delta\alpha$ 

$$\delta\alpha = AZ_{\text{Fin Observado}} - AZ_{\text{Fin Calculado}}$$

Donde:  $AZ_{\text{Fin Observado}} = AZ_{\text{Inic}} + (\Sigma\alpha_i - n \times 180^\circ)$

$\Sigma\alpha_i$  = sumatoria de los ángulos medidos

$n$  = número de ángulos medidos

**Corrección Angular** -  $C\alpha$ 

$$C\alpha = \frac{-\delta\alpha}{n}$$

Los ángulos corregidos se calculan:

**Angulo Corregido** -  $\alpha_i$  Corregido

$$\alpha_i \text{ Corregido} = \alpha_i \text{ Medido} + C\alpha$$

## 2. CÁLCULO DE LOS AZIMUTS DE LAS LÍNEAS

Una vez corregidos todos los ángulos se procede a calcular los azimuts, aplicando la ley de propagación de los azimuts.

$$AZ_{A-1} = AZ_{C-A} + \alpha_A - 180^\circ$$

$$AZ_{1-2} = AZ_{A-1} + \alpha_1 - 180^\circ$$

$$AZ_{2-3} = AZ_{1-2} + \alpha_2 - 180^\circ$$

•  
•

$$AZ_{B-D} = AZ_{5-B} + \alpha_D - 180^\circ$$

En forma general

**Azimut de una línea i** -  $AZ_i$ 

$$AZ_i = AZ_{i-1} + \alpha_i - 180^\circ$$

## 3. CÁLCULO DE LAS PROYECCIONES NORTE Y ESTE

Calculados los azimuts se pueden calcular las proyecciones norte y este de cada línea.

**Proyección Norte** -  $\Delta N$ 

$$\Delta N = D_i \times \text{Coseno } AZ_i$$

**Proyección Este** -  $\Delta E$ 

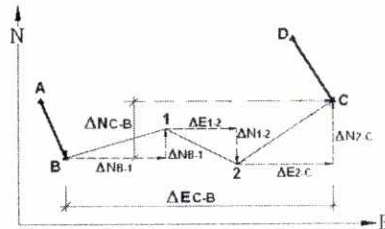
$$\Delta E = D_i \times \text{Seno } AZ_i$$

#### 4. CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DEL ERROR DE CIERRE LINEAL

En una poligonal abierta se cumple:

$$\Sigma \Delta N = \Delta N_{C-B} \rightarrow \Sigma \Delta N = N_C - N_B$$

$$\Sigma \Delta E = \Delta E_{C-B} \rightarrow \Sigma \Delta E = E_C - E_B$$



Por la influencia de los errores accidentales estas condiciones no se cumplen, dando origen al error lineal.

**Error en Proyección Norte -  $\delta \Delta N$**

$$\delta \Delta N = \Sigma \Delta N - (N_C - N_B)$$

**Error en Proyección Este  $\delta \Delta E$**

$$\delta \Delta E = \Sigma \Delta E - (E_C - E_B)$$

Calculados los errores en las proyecciones norte y este se procede al calcular las correcciones de las proyecciones.

**Corrección Norte -  $C_{\Delta N}$**

$$C_{\Delta N} = \frac{-\delta \Delta N}{\Sigma \text{Dist}}$$

**Corrección Este -  $C_{\Delta E}$**

$$C_{\Delta E} = \frac{-\delta \Delta E}{\Sigma \text{Dist}}$$

**Error de cierre Lineal -  $\delta L$**

$$\delta L = \sqrt{\delta \Delta N^2 + \delta \Delta E^2}$$

**Calculo de las Proyecciones Corregidas**

**Proyección Norte Corregida -  $\Delta N_{\text{Corr}}$**

$$\Delta N_{\text{Corr}} = (C_{\Delta N} \times D_i) + \Delta N_{\text{Med}}$$

**Proyección Este Corregida -  $\Delta E_{\text{Corr}}$**

$$\Delta E_{\text{Corr}} = (C_{\Delta E} \times D_i) + \Delta E_{\text{Med}}$$



## 5. CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES

$$\begin{aligned}
 N_1 &= N_A + \Delta N_{A-1} & E_1 &= E_A + \Delta E_{A-1} \\
 N_2 &= N_1 + \Delta N_{1-2} & E_2 &= E_1 + \Delta E_{1-2} \\
 N_3 &= N_2 + \Delta N_{2-3} & E_3 &= E_2 + \Delta E_{2-3} \\
 &\bullet & & \\
 &\bullet & & \\
 N_B &= N_5 + \Delta N_{5-B} & E_B &= E_5 + \Delta E_{5-B}
 \end{aligned}$$

En forma general

Norte de i  $N_i = N_{i-1} + \Delta N_{(i-1)-i}$

Este de i  $E_i = E_{i-1} + \Delta E_{(i-1)-i}$

### 7.2.6. Cálculo y Compensación de la Poligonal Cerrada

#### 1. CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DEL ERROR DE CIERRE ANGULAR

En una poligonal cerrada se debe cumplir:

$$\Sigma \alpha = 180^\circ \times (n \pm 2)$$

Donde  $n+2$  para ángulos externos  
 $n-2$  para ángulos internos  
 $n$  número de ángulos

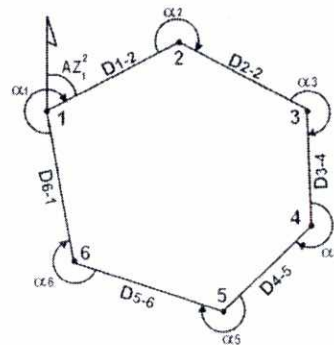
Por los inevitables errores en las mediciones angulares esta condición no se cumple, por lo que el error angular vendrá dado por la relación:

Error angular -  $\delta\alpha$   $\delta\alpha = \Sigma \alpha - 180^\circ \times (n \pm 2)$

Corrección Angular -  $C\alpha$   $C\alpha = \frac{-\delta\alpha}{n}$

Los ángulos corregidos se calculan:

Angulo Corregido -  $\alpha_i$  Corregido  $\alpha_i \text{ Corregido} = \alpha_i \text{ Medido} + C\alpha$



## 2. CÁLCULO DE LOS AZIMUTS DE LAS LÍNEAS

Una vez corregidos todos los ángulos se procede a calcular los azimuts, aplicando la ley de propagación de los azimuts.

$$AZ_{A-1} = AZ_{C-A} + \alpha_A - 180^\circ$$

$$AZ_{1-2} = AZ_{A-1} + \alpha_1 - 180^\circ$$

$$AZ_{2-3} = AZ_{1-2} + \alpha_2 - 180^\circ$$

•  
•

$$AZ_{B-D} = AZ_{5-B} + \alpha_D - 180^\circ$$

En forma general

**Azimut de una línea i -  $AZ_i$**

$$AZ_i = AZ_{i-1} + \alpha_i - 180^\circ$$

## 3. CÁLCULO DE LAS PROYECCIONES NORTE Y ESTE

Calculados los azimuts se pueden calcular las proyecciones norte y este de cada línea.

**Proyección Norte -  $\Delta N$**

$$\Delta N = D_i \times \text{Coseno } AZ_i$$

**Proyección Este -  $\Delta E$**

$$\Delta E = D_i \times \text{Seno } AZ_i$$

## 4. CÁLCULO Y COMPENSACIÓN DEL ERROR DE CIERRE LINEAL

En una poligonal abierta se debe cumplir que la suma de las proyecciones norte y este debe ser igual cero:

$$\Sigma \Delta N = 0 \rightarrow \Sigma D_i \times \text{Cos } AZ_i = 0$$

$$\Sigma \Delta E = 0 \rightarrow \Sigma D_i \times \text{Sen } AZ_i = 0$$

Por la influencia de los errores accidentales, en la medición de distancias, estas condiciones no se cumplen, dando origen al error lineal.

$$\text{Error en Proyección Norte} - \delta \Delta N = \Sigma D_i \times \text{Cos } AZ_i = 0$$

$$\text{Error en Proyección Este} - \delta \Delta E = \Sigma D_i \times \text{Sen } AZ_i = 0$$

En forma general:

**Error en Proyección Norte -  $\delta_{\Delta N}$**

$$\delta_{\Delta N} = \Sigma \Delta N$$

**Error en Proyección Este -  $\delta_{\Delta E}$**

$$\delta_{\Delta E} = \Sigma \Delta E$$

**Error de cierre Lineal:  $\delta L$**

$$\delta L = \sqrt{\delta_{\Delta N}^2 + \delta_{\Delta E}^2}$$

Calculados los errores en las proyecciones norte y este se procede al calcular las correcciones de las proyecciones.

Coeficientes de corrección:

$$\text{Coeficiente Norte: } C_{\Delta N} = \frac{-\delta_{\Delta N}}{\Sigma[\Delta N]}$$

$\Sigma[\Delta N]$  = sumatoria en valor absoluto de las proyecciones norte

$$\text{Coeficiente Este: } C_{\Delta E} = \frac{-\delta_{\Delta E}}{\Sigma[\Delta E]}$$

$\Sigma[\Delta E]$  = sumatoria en valor absoluto de las proyecciones este

#### Calculo de las Proyecciones Corregidas

**Proyección Norte Corregida:  $\Delta N_{\text{Corr}}$**

$$\Delta N_{\text{Corr}} = C_{\Delta N} \times [\Delta N] + \Delta E$$

**Proyección Este Corregida:  $\Delta E_{\text{Corr}}$**

$$\Delta E_{\text{Corr}} = C_{\Delta E} \times [\Delta E] + \Delta E$$

#### 5. CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES

En forma general

**Norte de i:  $N_i$**

$$N_i = N_{i-1} + \Delta N_{(i-1)-i}$$

**Este de i:  $E_i$**

$$E_i = E_{i-1} + \Delta E_{(i-1)-i}$$

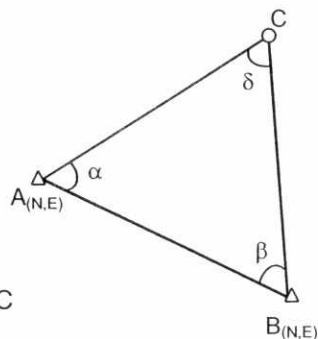
### 7.2.7. Tolerancia en las Mediciones Poligonales

Orden	Cierre Lineal	Cierre Angular	Usos
1er.	1:25.000	$2''\sqrt{N}$	Lev. Geodésicos. Grandes proyectos
2do.	1:10.000	$10''\sqrt{N}$	Proyectos de ingeniería
3er.	1:5.000	$30''\sqrt{N}$	Lev. Urbanos, replanteo de obras
4to.	1:2.000	$60''\sqrt{N}$	Lev. Rurales. Lev. con mira vertical

## 7.3. INTERSECCIONES

### 7.3.1. Intersección Directa Angular

Es el procedimiento que permite determinar las coordenadas (N y E) de un punto nuevo, desde dos puntos o estaciones de coordenadas conocidas, midiendo los ángulos horizontales desde las estaciones al punto. Esto permite colocar nuevos puntos de control a lugares inaccesibles.



La determinación de las coordenadas de C es muy directa:

- Desde las estaciones A y B se miden los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  a C.
- El ángulo  $\delta$  se determina por geometría

$$\delta = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

- La distancia AB se calcula por coordenadas como se indicó en la sección 5.7.
- Las distancias AC y BC se calculan por Ley de Senos

$$AC = AB \times \frac{\text{Sen } \beta}{\text{Sen } \delta}$$

$$BC = AB \times \frac{\text{Sen } \alpha}{\text{Sen } \delta}$$

- El  $AZ_{AB}$  se calcula por coordenadas como se indicó en el punto 5.7. El  $AZ_{BA}$  es el inverso:  $AZ_{BC} = AZ_{AB} + 180^\circ$ .

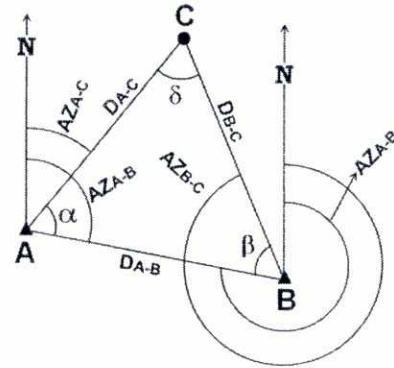


6. Se calculan los azimuts de  $AZ_{AC}$  y  $AZ_{BC}$

$$AZ_{AC} = AZ_{AB} - \alpha$$

$$AZ_{BC} = AZ_{BA} + \beta$$

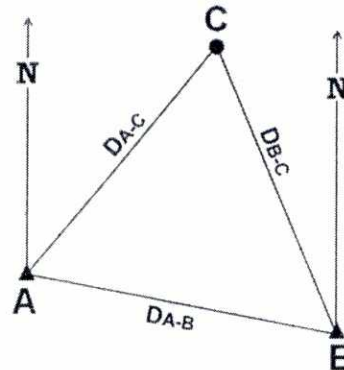
7. Conocidos los azimuts  $AZ_{AC}$  y  $AZ_{BC}$  y las distancias  $D_{AC}$  y  $D_{BC}$ , se calculan las coordenadas de C, como se indicó en el punto 5.6.



### 7.3.2. Trilateración

Con el desarrollo de los Instrumentos Electrónicos para la Medición de Distancias – IEMD, se ha intensificado su aplicación en las triangulaciones topográficas. En este caso el procedimiento consiste en medir las distancias desde las estaciones A y B al punto nuevo C:  $D_{AC}$  y  $D_{BC}$ .

La determinación de las coordenadas de C se realiza de la siguiente manera:



1. Desde las estaciones A y B se miden las distancias a C:  $D_{AC}$  y  $D_{BC}$
2. La  $D_{AB}$  se calcula por coordenadas como se indicó en el punto 5.7.
3. Los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$ , se calculan por la Ley del Coseno.

$$\alpha = \text{Arco Coseno } \frac{D_{AC}^2 + D_{AB}^2 - D_{BC}^2}{2 \times D_{AC} \times D_{AB}}$$

$$\beta = \text{Arco Coseno } \frac{D_{BC}^2 + D_{AB}^2 - D_{AC}^2}{2 \times D_{BC} \times D_{AB}}$$

$$\delta = \text{Arco Coseno } \frac{D_{AC}^2 + D_{BC}^2 - D_{AB}^2}{2 \times D_{AC} \times D_{BC}}$$

- 
4. El  $AZ_{AB}$  se calcula como por coordenadas como se indicó en el punto 5.7. El  $AZ_{BA}$  es el inverso:  $AZ_{BC} = AZ_{AB} + 180^\circ$ .

5. Se calculan los azimuts de  $AZ_{AC}$  y  $AZ_{BC}$

$$AZ_{AC} = AZ_{AB} - \alpha$$

$$AZ_{BC} = AZ_{BA} + \beta$$

6. Conocidos los azimuts  $AZ_{AC}$  y  $AZ_{BC}$  y las distancias  $D_{AC}$  y  $D_{BC}$ , se calculan las coordenadas de C, como se indicó en el punto 5.6.

# 7.4. EJEMPLOS 1. Poligonal Cerrada

AZIMUT 1 a 2		152°	39'	0"
		NORTE	ESTE	
1		4.600,00	8.500,00	

ANG. MED.		COR.		ANG. CORR.			AZIMUT : AZ			DIST.		PROYECCIONES		PROY. CORREGIDAS		COORDENADAS		
		ANG.					AZi = AZ i-1 + $\alpha_i$ - 180			HORIZ.								
EST.	$\alpha_i$ med	o	'	"	$\alpha_i$ corr.	o	'	"	o	'	"	D	NORTE: $\Delta N$	ESTE: $\Delta E$	NORTE: $\Delta N$	ESTE: $\Delta E$	NORTE	ESTE
													Di x CosAZi	Di x SenAZi	$\Delta N + [\Delta N] \times CN$	$\Delta E + [\Delta E] \times CE$	Ni = Ni-1 + $\Delta Ni$	Ei = Ei-1 + $\Delta Ei$
1									152	39	0	28,45	-25,27	13,07	-25,41	12,99	4.600,00	8.500,00
2	270	2	25	-5	270	2	20		242	41	20	13,20	-6,06	-11,73	-6,09	-11,80	4.574,59	8.512,99
3	266	5	43	-12	266	5	38		328	46	58	28,85	24,67	-14,95	24,54	-15,04	4.568,50	8.501,19
4	274	32	21	-12	274	32	16		63	19	14	15,60	7,00	13,94	6,97	13,85	4.593,03	8.486,15
1	269	19	51	-12	269	19	46		152	38	60						4.600,00	8.500,00
	1080	0	20		1080	0	0		Sum. Proyec.				0,35	0,33	0,00	0,00		

Nº Ángulos = 4

Suma Val. Abs. Proy. Norte  
Coeficiente Norte

Error Angular:  $\delta\alpha = \sum \alpha_i \times 180^\circ \times N + 2$

Error Lineal:  $\delta L = 0,35^2 + 0,33^2 = 0,48 \text{ m}$

$\delta\alpha = 1080^\circ 00' 20'' - (180^\circ \times (4+2)) = 20''$

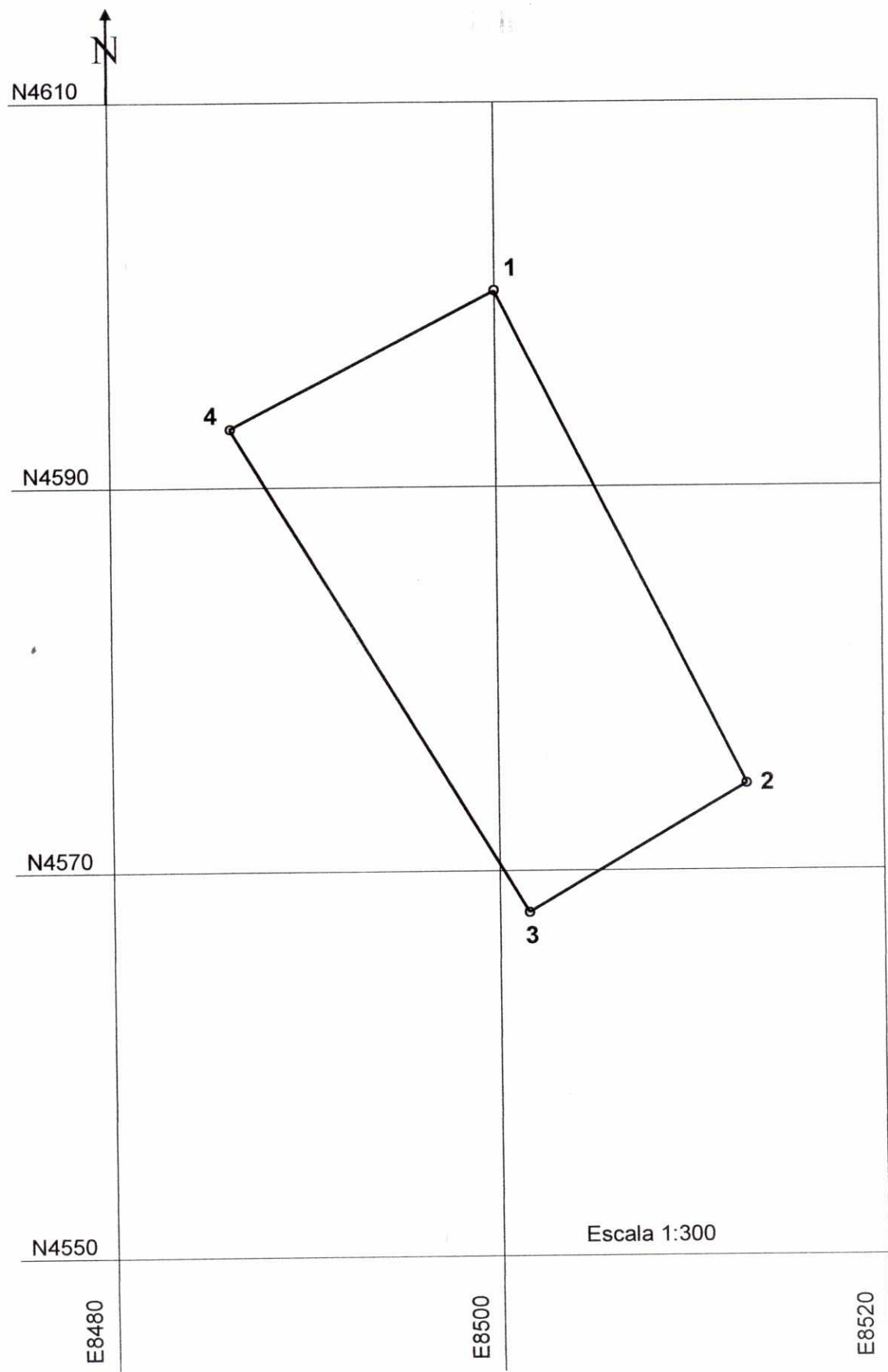
Error Relativo:  $\delta R = 0,48/86,10 \rightarrow \delta R = (0,48/0,48) \times (8.610/0,48)$

Corrección Angular:  $C\alpha = -\frac{\delta\alpha}{4} \rightarrow C\alpha = \frac{-20''}{4} = -5''$

Error Relativo:  $\delta R = 1:17.938$

Corrección de las Proyecciones Norte  $\Delta N$  y Este  $\Delta E$

Pto.	$\Delta NCorr. = CN \times [\Delta N] + \Delta N$	$\Delta E Corr. = CE \times [\Delta E] + \Delta E$
1	- 0,00557 x 25,27 - 25,27 = -25,41	- 0,00612 x 13,07 + 13,07 = 12,09
2	- 0,00557 x 6,06 - 6,06 = -6,09	- 0,00612 x 1,73 - 11,73 = -11,80
3	- 0,00557 x 24,67 + 24,67 = 24,54	- 0,00612 x 14,95 - 14,95 = -15,04
4	- 0,00557 x 7,00 + 7,04 = 6,97	- 0,00612 x 13,94 + 13,94 = 13,85





## 2. Poligonal abierta

AZIMUT A a B	147°	10'	18"
AZIMUT C a D	161°	36'	17"

B	N. 8.364,00	E. 9.630,00	DIFEREN. COORD.: NC - NB	-39,32
C	N. 8.324,68	E. 9.780,19	DIFEREN. COORD.: EC - EB	150,19

ANG. MED.			COR.	ANG. CORR.		AZIMUT : AZ			DIST.	PROYECCIONES		PROY. CORR.		COORDENADAS					
$\alpha^i_{med}$			ANG.	$\alpha^i_{corr.} = \alpha^i_{med} + C\alpha$		$Azi = Azi_{i-1} + \alpha_i - 180$			HORIZ.	NORTE $\Delta N$	ESTE $\Delta E$	NORTE: $\Delta N$	ESTE: $\Delta E$	NORTE	ESTE				
$o$	$'$	$"$		$o$	$'$	$"$	$o$	$'$		$"$	$D_i \times CosAzi$	$D_i \times SenAzi$	$\Delta N + (C\alpha \Delta D_i)$	$\Delta E + (CE \Delta D_i)$	$N_i = N_{i-1} + \Delta N_i$	$E_i = E_{i-1} + \Delta E_i$			
EST.	D																		
A	147 10 18																		
B	110	20	38	4	110	20	42	77	30	60	35,90	7,76	35,05	7,73	35,01	8.364,00	9.630,00		
1	258	39	57	4	258	40	1	156	11	1	32,80	-30,01	13,24	-30,03	13,21	8.371,73	9.665,01		
2	126	31	48	4	126	31	52	102	42	53	58,30	-12,83	56,87	-12,87	56,81	8.341,70	9.678,22		
3	172	28	57	4	172	29	1	95	11	54	45,40	-4,11	45,21	-4,15	45,16	8.328,83	9.735,03		
C	246	24	19	4	246	24	23	161	36	17								8.324,68	9.780,19
$\Sigma \alpha_i$	914	25	39	$\Sigma \alpha_{i corr.}$	914	25	59				172,40	-39,19	150,38	-39,32	150,19				
Nº Angulos		5						$\Sigma D_i$			$\Sigma \Delta N_i$		$\Sigma \Delta E_i$	$\Sigma \Delta N_{i corr.}$	$\Sigma \Delta E_{i corr.}$	-39,32	150,19		

AZ Final Observado =  $AZ_{\text{Inicial}} + \Sigma \alpha_i - (180^\circ \times N)$

AZ Final Observado =  $147^\circ 10' 18'' + 914^\circ 25' 39'' - (180^\circ \times 5) = 161^\circ 35' 57''$

Error Angular:  $\delta \alpha = AZ_{\text{Final observado}} - AZ_{\text{Final Calculado}}$

$\delta \alpha = 161^\circ 35' 57'' - 161^\circ 36' 17'' = -20''$

Corrección Angular:  $C\alpha = -\delta \alpha \div N = -(-20'') \div 5 = 4''$

$\delta \Delta N = \Sigma \Delta N - (NC - NB) = -39,19 - 39,32 = 0,13$

$C\Delta N = -\delta \Delta N \div \Sigma D_i = -0,13 \div 172,40 = -0,00074$

$\delta \Delta N = \Sigma \Delta E - (EC - EB) = 150,38 - 150,19 = 0,19$

$C\Delta E = -\delta \Delta E \div \Sigma D_i = -0,19 \div 172,40 = -0,00110$

Corrección de las Proyecciones Norte:  $\Delta N$  y  $\Delta E$

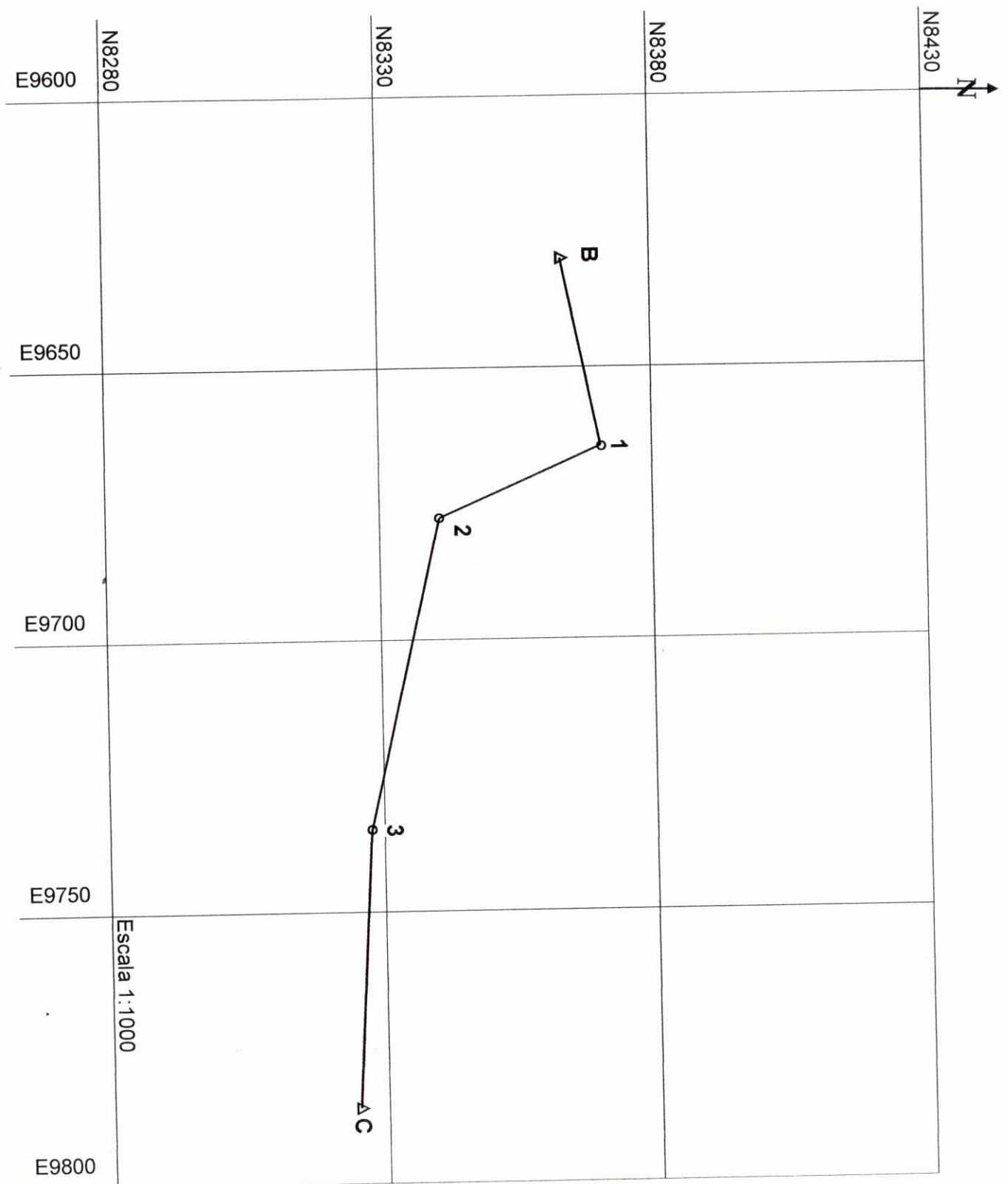
Pto.	$\Delta N$ Corregido = $(C\Delta N \times D_i) + \Delta N$	$\Delta E$ Corregido = $(C\Delta E \times D_i) + \Delta E$
1	$(-0,00074 \times 35,90) + 7,76 = 7,73$	$(-0,0011 \times 35,90) + 35,05 = 35,01$
2	$(-0,00074 \times 32,80) - 30,01 = -30,03$	$(-0,0011 \times 32,80) + 13,24 = 13,21$
3	$(-0,00074 \times 58,30) - 12,83 = -12,87$	$(-0,0011 \times 58,30) + 56,87 = 56,81$
4	$(-0,00074 \times 45,40) - 4,11 = -4,15$	$(-0,0011 \times 45,40) + 45,21 = 45,16$

Error Lineal:  $\delta L = \sqrt{0,13^2 + 0,19^2} = 0,23 \text{ m}$

Error Relativo:  $\delta R = 0,23/173,40 =$

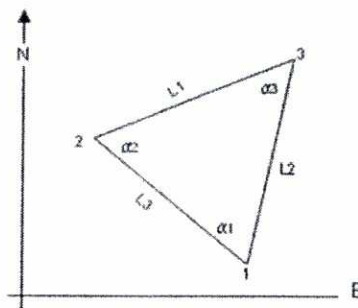
$\delta R = (0,23/0,23):(17340/0,23) = 1:75391$

$\delta R = 1:75391$



## 3. Intersección Directa

Pto.	Coordenadas		Angulos Internos		
	Norte	Este	°	'	"
1	3.140,00	4.380,00	$\alpha_1$	67	42 26
2	3.390,00	4.140,00	$\alpha_2$	69	28 38
3	?	?	$\alpha_3$	42	48 56
L1	=	346,554 m	$\Sigma\alpha$	180	0 0



$$\alpha_3 = 180^\circ - \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\alpha_3 = 180^\circ - 67^\circ 42' 26'' - 69^\circ 28' 38'' \rightarrow \alpha_3 = 42^\circ 48' 56''$$

## Calculo de los lados

$$L_3 = \sqrt{250,00^2 + 240,00^2} = 346,554 \rightarrow L_3 = 346,554 \text{ m}$$

$$\frac{L_1}{\text{Sen } \alpha_1} = \frac{L_3}{\text{Sen } \alpha_3} \quad L_1 = L_3 \times \frac{\text{Sen } \alpha_1}{\text{Sen } \alpha_3}$$

$$\text{Lado 1} = 346,55 \times \frac{\text{Sen } 67^\circ 42' 26''}{\text{Sen } 42^\circ 48' 56''} = 346,55 \times 1,361393 = L_1 = 471,797 \text{ m}$$

$$\frac{L_2}{\text{Sen } \alpha_2} = \frac{L_3}{\text{Sen } \alpha_3} \quad L_2 = L_3 \times \frac{\text{Sen } \alpha_2}{\text{Sen } \alpha_3}$$

$$\text{Lado 2} = 346,55 \times \frac{\text{Sen } 69^\circ 28' 38''}{\text{Sen } 42^\circ 48' 56''} = 346,55 \times 1,377983 = L_2 = 477,546 \text{ m}$$

## Calculo de los azimuts

$$AZ_{1-2} = \text{Arctg } \frac{-240,00}{250,00} = -0960 = -43^\circ 49' 51'' \rightarrow AZ_{1-2} = 316^\circ 10' 09''$$

$$AZ_{2-1} = AZ_{1-2} + 180^\circ = 136^\circ 10' 09'' + 180^\circ = 316^\circ 10' 09''$$

$$AZ_{3-2} = AZ_{2-1} - \alpha_2 = 136^\circ 10' 09'' - 69^\circ 28' 38'' \rightarrow AZ_{3-2} = 66^\circ 41' 31''$$

$$AZ_{3-1} = AZ_{1-2} + \alpha_1 = 316^\circ 10' 09'' + 67^\circ 42' 26'' \rightarrow AZ_{3-1} = 23^\circ 52' 35''$$

**Calculo de las coordenadas del punto 3 desde el punto 2**

$$\text{Norte } 3 = \text{Norte } 2 + L_1 \times \cos AZ_{2-1}$$

$$\text{Norte } 3 = 3.390,00 + 471,80 \times \cos 66^\circ 41' 31'' \rightarrow \text{Norte } 3 = 3.576,68$$

$$\text{Este } 3 = \text{Este } 2 + L_1 \times \sin AZ_{2-1}$$

$$\text{Este } 3 = 4.140,00 + 471,80 \times \sin 66^\circ 41' 31'' \rightarrow \text{Este } 3 = 4.573,29$$

**Calculo de las coordenadas del punto 3 desde el punto 1**

$$\text{Norte } 3 = \text{Norte } 1 + L_2 \times \cos AZ_{1-3}$$

$$\text{Norte } 3 = 3.140,00 + 477,55 \times \cos 23^\circ 52' 35'' \rightarrow \text{Norte } 3 = 3.576,68$$

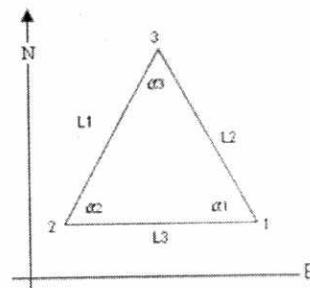
$$\text{Este } 3 = \text{Este } 1 + L_2 \times \sin AZ_{1-3}$$

$$\text{Este } 3 = 4.380,00 + 477,55 \times \sin 23^\circ 52' 35'' \rightarrow \text{Este } 3 = 4.573,29$$

**4. Trilateración**

Pto.	Coordenadas	
	Norte	Este
1	7.491,98	3.931,82
2	7.487,09	2.959,39

Lados en mts.	
L1	795,77
L2	1092,18
L3	972,44

**Calculo de los ángulos internos del triángulo**

$$\alpha_1 = \arccos \frac{L_2^2 + L_3^2 - L_1^2}{2 \times L_2 \times L_3}$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{(1.092,18)^2 + (972,44)^2 - (795,77)^2}{2 \times 1.092,18 \times 972,44} = 0,783239 \rightarrow \alpha_1 = 44^\circ 52' 35''$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{L_1^2 + L_3^2 - L_2^2}{2 \times L_1 \times L_3}$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{(795,77)^2 + (972,44)^2 - (1.092,18)^2}{2 \times 795,77 \times 972,44} = 1,318708 \rightarrow \alpha_2 = 75^\circ 33' 23''$$



$$\alpha_3 = \text{Arco Cos } \frac{L_1^2 + L_2^2 - L_3^2}{2 \times L_1 \times L_2}$$

$$\alpha_3 = \text{Arco Cos } \frac{(795,77)^2 + (1092,18)^2 - (972,44)^2}{2 \times 795,77 \times 1.092,18} = 1,039646 \rightarrow \alpha_3 = 59^\circ 34' 02''$$

#### Calculo de los azimuts

$$AZ_{1-2} = \text{Arctg } \frac{-972,43}{-4,89} = 198,8609 = 89^\circ 42' 43'' \rightarrow AZ_{1-3} = 269^\circ 42' 34''$$

$$AZ_{2-1} = AZ_{1-2} + 180^\circ = 269^\circ 42' 34'' + 180^\circ \rightarrow AZ_{2-1} = 89^\circ 42' 43''$$

$$AZ_{2-3} = AZ_{2-1} - \alpha_2 = 89^\circ 42' 43'' - 75^\circ 33' 23'' \rightarrow AZ_{2-3} = 14^\circ 09' 20''$$

$$AZ_{1-3} = AZ_{1-2} - \alpha_1 = 269^\circ 42' 34'' + 44^\circ 52' 35'' \rightarrow AZ_{3-1} = 314^\circ 35' 17''$$

#### Calculo de coordenadas del punto 3 desde el punto 2

$$\text{Norte 3} = \text{Norte 2} + L_1 \times \text{Cos } AZ_{2-3}$$

$$\text{Norte 3} = 7.487,09 + 795,77 \times \text{Cos } 14^\circ 09' 20'' \rightarrow \text{Norte 3} = 8.258,70$$

$$\text{Este 3} = \text{Este 2} + L_1 \times \text{Sen } AZ_{2-1}$$

$$\text{Este 3} = 2.959,39 + 795,77 \times \text{Sen } 14^\circ 09' 20'' \rightarrow \text{Este 3} = 3.154,00$$

#### Calculo de coordenadas del punto 3 desde el punto 1

$$\text{Norte 3} = \text{Norte 1} + L_2 \times \text{Cos } AZ_{1-3}$$

$$\text{Norte 3} = 7.491,98 + 1.092,18 \times \text{Cos } 314^\circ 35' 17'' \rightarrow \text{Norte 3} = 8.258,70$$

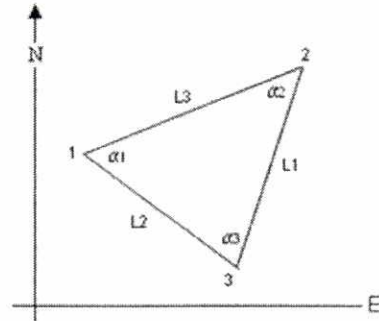
$$\text{Este 3} = \text{Este 1} + L_2 \times \text{Sen } AZ_{1-3}$$

$$\text{Este 3} = 3.931,82 + 1.092,18 \times \text{Sen } 314^\circ 35' 17'' \rightarrow \text{Este 3} = 3.154,00$$

3. En la intersección directa calcule las coordenadas del punto 3

Pto.	Coordenadas	
	Norte	Este
1	3.260,000	5.300,000
2	3.440,000	5.440,000
3	?	?
L3	=	m

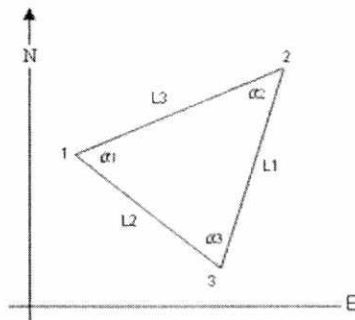
	Angulos Internos		
	°	'	"
$\alpha_1$	64	10	40
$\alpha_2$	48	26	20
$\alpha_3$			
$\Sigma\alpha$			



4. En la Trilateración calcule las coordenadas del punto 3

Pto.	Coordenadas	
	Norte	Este
1	4.000,000	6.000,000
2	4.110,800	6.340,700

Lados en mts.	
L1	360,450
L2	280,580
L3	358,264





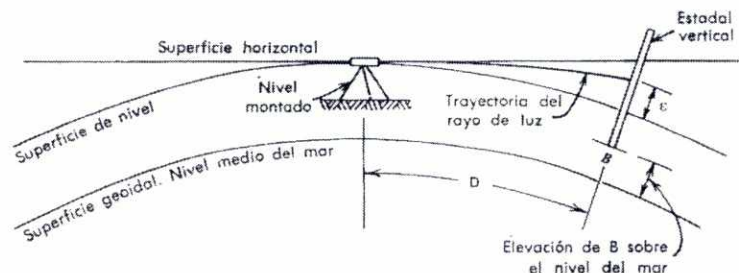




- **PLANO DE REFERENCIA:** superficie de nivel a la cual están referidas las elevaciones. Se le llama también Plano de Referencia Vertical, por ejemplo el Nivel Medio del mar.
- **NIVEL MEDIO DEL MAR- NMM.:** altura promedio del mar según todas las etapas de marea en un periodo de 19 años.
- **COTA Y ALTITUD:** las diferencias de altura que se miden a partir de un plano de referencia arbitrario se denominan cotas. Cuando el plano de referencia es el NMM, las diferencias de alturas medidas se denominan alturas.
- **BANCO DE NIVEL – BM:** punto de carácter más o menos permanente del cual se conoce su cota o altura, y sirve de base para efectuar una nivelación. También se conocen como Bench Mark.
- **CONTROL VERTICAL (RED DE BM):** serie o red de bancos de nivel que se colocan en un área de terreno para un trabajo de topografía o geodesia.

### 8.3. EFECTOS POR CURVATURA TERRESTRE Y REFRACCIÓN

Hay dos factores que afectan las nivelaciones: la curvatura terrestre y la refracción atmosférica. El efecto por curvatura se produce a medida que el plano horizontal se separa de la superficie de nivel a causa de la curvatura terrestre. Se estima que el efecto por curvatura es directamente proporcional al cuadrado de la distancia. El efecto por refracción ocurre por la desviación de los rayos de luz que atraviesan la atmósfera, haciendo que los objetos aparezcan más altos de lo que en realidad están.



Este efecto combinado **Curvatura y Refracción  $\epsilon$**  se puede expresar con la fórmula:

$$\epsilon = \frac{D^2}{2R} \times (1-K)$$

donde: D = distancia en metros  
K = coeficiente de refracción: 0,16  
R = radio terrestre (6.370 km)

En forma práctica esta fórmula se expresa, para valores de D en km:

Efecto por curvatura y refracción -  $\epsilon$

$$\epsilon = 0,0675 \times D^2$$

En la siguiente tabla se presentan los valores de D, para limitar el campo topográfico para diferentes tipos de nivelación.

D (m)	$\epsilon$ (mm)	Tipo de Nivelación
100	0,65	Nivelación geométrica de precisión Mira invar y micrómetro óptico
200	2,64	Nivelación geométrica con mira
400	10,55	Nivelaciones taquimétricas
>500	16,48	Considerar el $\epsilon$

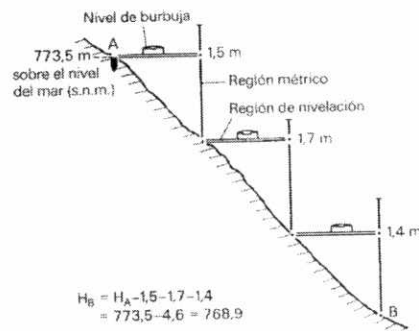
Tabla 8-1: Errores por Curvatura y Refracción

## 8.4. MÉTODOS PARA DETERMINAR DIFERENCIAS DE ALTURA

Las diferencias de altura se han determinado empleando diferentes métodos, dependiendo del instrumento utilizado, el uso de la nivelación y la precisión que se requiera.

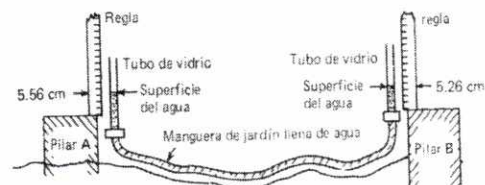
### 8.4.1. Niveles sencillos de burbuja

Es común el uso de instrumentos de nivelación sencillos basados en el principio de la burbuja, como los niveles de hilo o de carpintero. Este tipo de nivelación es muy común en la construcción de obras civiles y en el levantamiento de perfiles en terrenos muy escarpados



### 8.4.2. Niveles de manguera de agua

Es un método muy antiguo y sencillo, consiste en una manguera de jardín llena de agua provista de un tubo transparente en cada extremo, se utiliza para determinar niveles de encofrados, colocación de pisos y cielos rasos. Los puntos de verificación se colocan sobre las paredes y columnas.

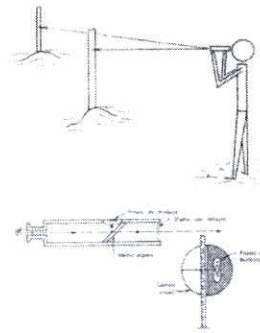
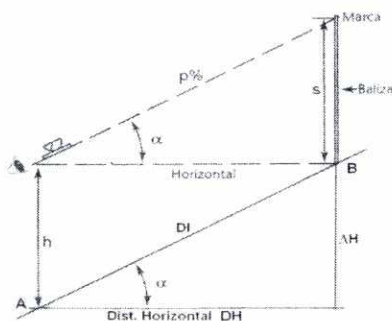


Uso del nivel de manguera

La determinación de las cotas se realiza de la siguiente manera: se colocan los dos extremos de la manguera sobre una marca conocida y sobre ella se verifican que los extremos estén al mismo nivel, luego se coloca uno de los extremos en el sitio donde se quiera determinar la cota, se sube y baja el extremo hasta que pelo de agua quede en la marca establecida, en ese instante ambos extremos están al mismo nivel.

### 8.4.3. Niveles de mano

Se utilizan para hacer nivelaciones de poca precisión o de tipo expeditivo, son de dos tipos: el Locke o el Abney. El nivel Locke consta de un tubo de mano, entre 13 a 15 cm de longitud, sin ningún dispositivo de aumento que permite distinguir simultáneamente la mira y la burbuja del nivel, este se apoya en un jalón y es muy útil en trabajos exploratorios para carreteras y nivelaciones sencillas. Una variante es en nivel Abney el cual posee un semicírculo graduado y con él pueden efectuarse las siguientes operaciones: a) hacer visuales horizontales, b) determinar pendientes o ángulos de inclinación, c) trazar visuales inclinadas con una pendiente determinada.



Cuando se conoce la pendiente  $p\%$ , entre dos puntos, se puede calcular la diferencia de altura entre ellos. La pendiente se puede medir con un nivel Abney y si la altura del observador ( $h$ ) es igual a la altura de la señal ( $s$ ):  $h - s = 0$

**DEFINICIÓN PENDIENTE:** la pendiente de una recta AB es la relación entre el desnivel ( $\Delta H$ ) y la distancia horizontal ( $DH$ ). La pendiente es la tangente del ángulo de elevación ( $\alpha$ ) que AB forma con la horizontal.

Generalmente la pendiente se expresa en % o como la tangente del ángulo de elevación.

$$P\% = \frac{\Delta H}{DH} \times 100$$

$$p = \text{Tang } \alpha = \frac{\Delta H}{DH}$$

Si se hace  $DH = 100$  m, se podrá definir la pendiente en %, como el desnivel de una recta por cada 100 m de recorrido.



La diferencia de altura entre dos puntos A y B, donde se conoce la pendiente (p%) se calcula con la formula:

#### Diferencia de Altura - $\Delta H$

Con ángulo de elevación

$$\Delta H = DH \times \text{Tang } \alpha$$

Con pendiente

$$\Delta H = \frac{DH}{100} \times p\%$$

La altura o cota del punto observado (B) se calcula:

Altura de B - HB

$$HB = HA + \Delta H$$

Si las alturas del observador (h) y la señal (s) son diferentes

Altura de B - HB

$$HB = HA + \Delta H + h - s$$

#### 8.4.4. Nivelación Taquimétrica

La taquimetría es un procedimiento topográfico que se apoya en la medición óptica de distancias conjuntamente con el ángulo zenital ( $\phi$ ), para la ubicación planialtimétrica de puntos sobre la superficie terrestre. Por la sencillez y rapidez en la toma de datos en campo, el método taquimétrico es muy utilizado en levantamientos de configuración y detalles.

##### Diferencia de altura $\Delta h$

$$\Delta h = 50 \times L \times \text{Sen}2\alpha$$

$$\Delta h = 50 \times L \times \text{Sen}2\phi$$

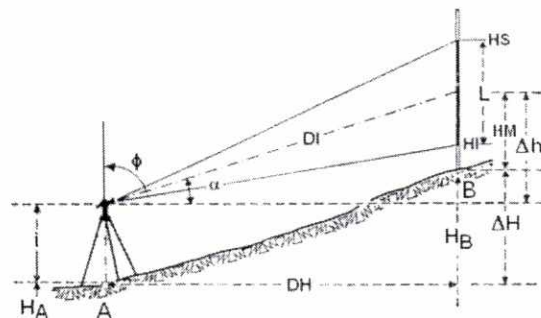
Donde:

L = Diferencia en la lectura de los hilos: Hilo superior menos Hilo inferior

$$L = HS - HI$$

$\alpha$  = ángulo de elevación  $\alpha = 90^\circ - \phi$

Diferencia de altura entre A y B:  $\Delta H_{A-B}$



Nivelación Taquimétrica



$$\Delta H_{A-B} = \Delta h + (i - HM) \rightarrow \Delta H_{A-B} = 50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha + (i - HM)$$

Donde  $i$  = Altura teodolito  
 HM = Lectura del Hilo Medio

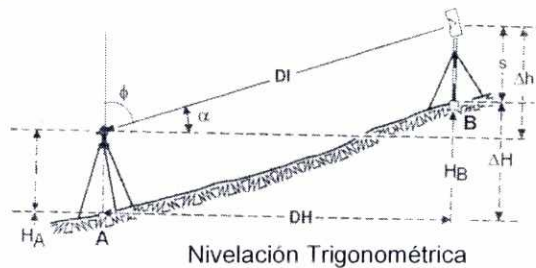
**Altura de un punto B**  $H_B = H_A + \Delta H_{A-B}$

Donde  $H_A$  = Altura del punto estación A

**Altura de B - HB**  $H_B = H_A + 50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha + (i - HM)$

#### 8.4.5. Nivelación Trigonométrica

La diferencia de altura entre dos puntos puede determinarse midiendo: a) la distancia inclinada (DI) entre los puntos, b) el ángulo vertical o zenital ( $\phi$ ) entre los puntos, la diferencia de altura se calcula trigonométricamente.



El ángulo se mide con teodolito y las distancias con distanciómetros. El auge de las estaciones totales lo han convertido en uno de los métodos más utilizados para levantamientos de detalles y de configuración, por la rapidez, seguridad y precisión alcanzada con estos instrumentos.

**Diferencia de altura  $\Delta h$  con DI**

$\Delta h = DI \times \text{Sen } \alpha$

$\Delta h = DI \times \text{Cos } \phi$

**Diferencia de altura  $\Delta h$  con DH**

$\Delta h = DH \times \text{Tg } \alpha$

$\Delta h = DH \times \text{Cotg } \phi$

Donde: DI = Distancia inclinada  
 $\phi$  = ángulo zenital o vertical  
 $\alpha$  = ángulo de elevación  $\alpha = 90^\circ - \phi$

Diferencia de altura entre A y B:  $\Delta H_{A-B}$

$$\Delta H_{A-B} = \Delta h + (i - s) \rightarrow \Delta H_{A-B} = DI_{A-B} \times \text{Sen } \alpha + (i - s)$$

Donde:  $i$  = altura del teodolito  
 $s$  = altura de la señal o prisma

Altura de un punto B  $HB = HA + \Delta H_{A-B}$

$HA$  = Altura del punto estación A

#### Cálculo de la Altura de un punto B - HB

##### Cálculo con Distancia Inclineda

$$HB = HA + DI_{A-B} \times \text{Sen } \alpha + (i - s)$$

$$HB = HA + DI_{A-B} \times \text{Cos } \phi + (i - s)$$

##### Cálculo con Distancia horizontal

$$HB = HA + DH_{A-B} \times \text{Tg } \alpha + (i - s)$$

$$HB = HA + DH_{A-B} \times \text{Cotg } \phi + (i - s)$$

Para distancias mayores de 200 m, deben tomarse en cuenta los efectos de curvatura y refracción, se aplica la corrección  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = \frac{D^2}{2R} \times (1-k) \quad \text{donde } K = 0,16$$

$R = 6.370.000 \text{ m}$

En forma práctica esta fórmula se expresa, para valores de D en km:

Efecto por curvatura y refracción -  $\varepsilon$

$$\varepsilon = 0,0675 \times D^2$$

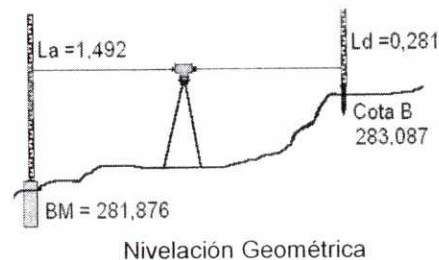
Altura de B - HB

$$HB = HA + DI_{A-B} \times \text{Sen } \alpha + \varepsilon + (i - S)$$

$$HB = HA + DH_{A-B} \times \text{Tg } \alpha + \varepsilon + (i - S)$$

#### 8.4.6. Nivelación Diferencial o Geométrica

Es el método de nivelación más utilizado para trabajos de ingeniería, pues permite conocer la diferencia de nivel, entre dos puntos, por medio de la lectura directa de las distancias verticales. En la nivelación geométrica se establece un plano horizontal por medio de un nivel, el cual puede leer las distancias verticales sobre reglas graduadas o miras.



Es uno de los métodos más comunes y exactos, llegándose a alcanzar precisiones de mm en nivelaciones topográficas.

En su forma básica la nivelación geométrica se utiliza de la siguiente manera:

1. Se utilizan dos miras, una se coloca sobre un BM o punto de cota conocida y la otra sobre el punto a medir.
2. Se coloca y ajusta el nivel aproximadamente entre las dos miras.
3. Se dirige el nivel hacia el BM y se hace una lectura sobre la mira colocada en él, llamada lectura atrás (la), se gira y se hace una lectura sobre la mira en el punto a medir llamada lectura delantera (ld).
4. La diferencia de altura  $\Delta H$  se calcula por la diferencia de las dos lecturas

$$\Delta H = \text{Lectura atrás} - \text{Lectura delantera} \rightarrow \boxed{\Delta H = la - ld}$$

5. La altura del punto a medir se calcula sumando a la altura del BM la diferencia de altura calculada:

$$H_B = H_{BM} + \Delta H$$

Ejemplo:

Altura BM = 281,876 msnm

Lectura atrás  $\rightarrow la = 1,492$

Lectura delantera  $\rightarrow ld = 0,281$

Diferencia de Altura  $\rightarrow \Delta H_{BM-B} = la - ld$

$$\Delta H_{BM-B} = 1,492 - 0,281 = 1,211$$

Altura del punto B  $\rightarrow H_B = H_A + \Delta H_{BM-B}$

$$H_B = 281,876 + 1,211 = 283,087 \text{ msnm}$$

La nivelación geométrica puede ser de dos tipos:

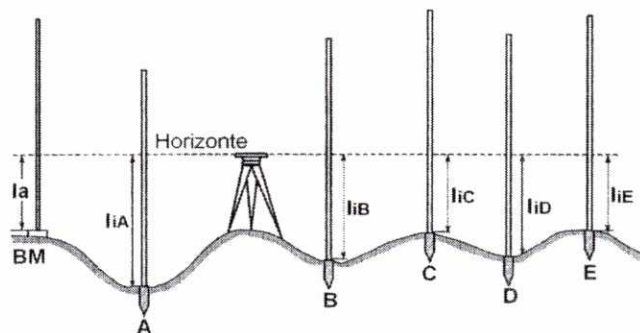
1. **NIVELACIÓN SIMPLE:** es aquella en la cual desde una posición del nivel se pueden hacer visuales a varios puntos de cambio, permitiendo determinar su diferencia de altura y cota. Es útil en terrenos planos y con pocas interrupciones visuales.

Se sitúa el nivel en un punto que ofrezca la mayor cantidad de visuales. La primera lectura (lectura atrás – la) se realiza sobre un BM, esta sirve para calcular la altura del plano horizontal.

$$\text{Horizonte} = \text{Cota BM} + i_a$$

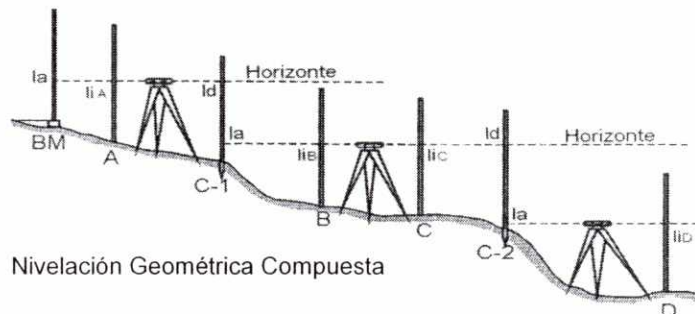
Luego se hacen lecturas de mira en todos los puntos intermedios visibles (lecturas intermedias -  $li$ ), se calcula la cota de los puntos restando a la altura del horizonte cada lectura intermedia.

$$\text{Altura Punto} = \text{Horizonte} - li$$



Nivelación Geométrica Simple

2. **NIVELACIÓN DIRECTA O COMPUESTA:** es el sistema empleado cuando el terreno es muy quebrado, o las visuales son muy largas. El instrumento se va trasladando a diversos puntos, desde cada uno de los cuales se hacen nivelaciones simples, que van ligándose entre sí por medio de puntos de cambio.



Nivelación Geométrica Compuesta

En la nivelación directa se efectúan tres clases de lecturas:

- Lectura atrás ( $la$ ) sobre un BM, para conocer la altura del horizonte.
- Lecturas intermedias ( $li$ ), estas se realizan sobre los puntos intermedios que se quieren nivelar para conocer su cota.
- Lectura adelante ( $ld$ ), se realiza para determinar la cota del punto de cambio o BM provisional.

$$\text{Cota Punto de Cambio} = \text{Horizonte} - ld$$



---

## 8.5. PRECISION EN LAS NIVELACIONES

### Tolerancias en las nivelaciones

Nivelaciones de 3er. orden:  $2,00 \text{ mm} \times \sqrt{k}$

Nivelación Técnica o Topográfica:  $10 \text{ mm} \times \sqrt{k}$

Nivelación de perfiles:  $20 \text{ mm} \times \sqrt{k}$                       donde  $k$  = recorrido en km

### Distancia máxima entre el nivel y la mira – Dt

$Dt = 0,001 \times M \times 3438$                       donde  $M$  = número de aumentos del nivel

## 8.6. ERRORES EN LA NIVELACIÓN

Todas las mediciones altimétricas están sujetas a tres clases de errores: errores instrumentales, errores naturales y errores personales.

### 8.6.1. Errores Instrumentales

Estos errores son debidos a fallas en el funcionamiento de los instrumentos, niveles o miras. Pueden ser.

1. El nivel no está ajustado, ocasionando errores de lectura en la mira.
2. La placa del retículo no es horizontal, ocasionando errores de lectura en la mira. Se puede eliminar colocando la mira cerca del nivel.
3. Longitud incorrecta de las miras o desgaste de la base, causa errores en las diferencias de altura. Este error se corrige comparando las miras, con una cinta graduada al milímetro, antes de cada medición.
4. El trípode está mal colocado o los tornillos de ajuste de las patas flojas, ocasiona movimientos que afectan las mediciones.

### 8.6.2. Errores Naturales

Este tipo de error se origina por efectos de las condiciones de la naturaleza tales como:

1. El efecto de la curvatura terrestre y la refracción atmosférica, estos se corrigen aplicando la corrección correspondiente.

2. Variación de la temperatura, el calor ocasiona la dilatación de las miras y el descalado de los niveles. El calor origina la reverberación del aire, haciendo que las miras aparezcan vibrar e impidiendo realizar lecturas precisas. Este error se corrige efectuando el trabajo entre las 6:30 y las 10:30 am y entre las 4:00 y las 6:30 pm.
3. El viento fuerte hace que vibre el nivel y se muevan las miras, lo que impide realizar lecturas precisas. Este error se corrige no trabajando en días ventosos.
4. Asentamiento del nivel y las miras por falta de resistencia del terreno, esto ocasiona errores en las lecturas de las miras. El trabajo debe hacerse con rapidez y utilizar aditamentos para evitar los asentamientos.

#### **8.6.3. Errores Personales**

Estos son debidos a fallas del operador y entre ellos se encuentran:

1. Errores en las lecturas de la mira o en las anotaciones.
2. Falta de verticalidad de la mira, origina errores de lectura, se corrige utilizando un nivel para la mira.
3. Movimientos del tripode durante las mediciones.

#### **8.6.4. Reducción de errores en nivelación**

En una nivelación pueden reducirse los errores con la aplicación de ciertas normas:

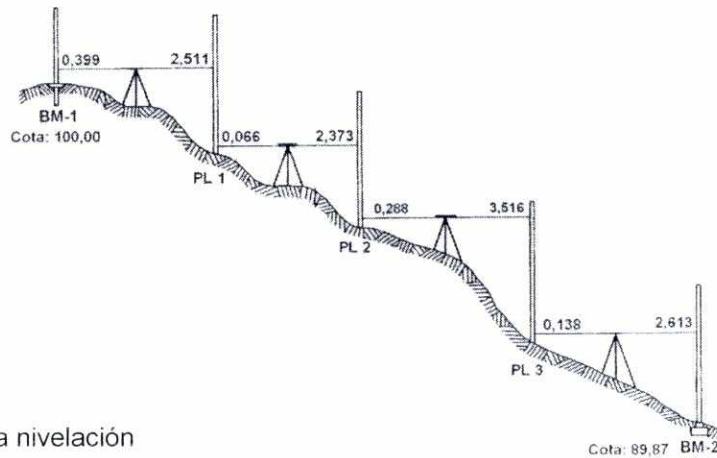
1. Colocando y ajustando correctamente en instrumento.
2. Colocando soporte para las miras.
3. Verificar la burbuja de los niveles calantes antes y después de cada medición.
4. Utilizar un nivel para verticalizar las miras.
5. Mantener distancias equidistantes entre las miras y el nivel.
6. Hacer nivelaciones ida y vuelta pasando por los mismos puntos de cambio.
7. Realizar verificaciones altimétricas en la libreta de campo.
8. Verificar las longitudes de las miras.

9. Mantener en buenas condiciones miras y trípodes.

## 8.7. TIPOS DE NIVELACIÓN DIRECTA O GEOMÉTRICA

### 8.7.1. Nivelación entre dos BM

En este tipo de nivelación se parte de un punto de cota o altura conocida (BM), se establecen los puntos de cambio necesarios, y se termina en otro de cota o altura conocida (BM). Los inevitables errores ocasionan que la cota del BM de llegada, calculada por las mediciones realizadas, no coincida con la cota del BM. En este caso el error de nivelación será:



Error de cierre de la nivelación

$$\delta\Delta H = \sum \Delta h - (\text{Cota BM de llegada} - \text{Cota BM de salida})$$

Corrección de las diferencias de altura

$$C\Delta h = \frac{-\delta\Delta H}{N} \quad \text{donde } N = \text{Número de } \Delta h$$

Las diferencias de altura corregidas se calculan:

$$\Delta h_{\text{correg}} = \Delta h_{\text{medido}} + C\Delta h$$

### 8.7.2. Nivelación para colocar un BM

En este caso se parte de un punto de cota conocida (BM), se establecen los puntos de cambios necesarios para colocar un nuevo BM, que servirá de base para un trabajo de nivelación o para extender un control vertical. Como no es posible determinar los errores cometidos es necesario hacer una nivelación de ida y otra nivelación de vuelta, pasando por los mismos puntos de cambio. La cota del nuevo BM se calcula:

$$\Delta h \text{ promedio} = \frac{\sum \Delta h \text{ ida} + \sum \Delta h \text{ vuelta}}{2}$$

$$\text{Cota BM llegada} = \text{Cota BM salida} + \Delta h \text{ promedio}$$

### 8.7.3. Nivelación de un Circuito Abierto

Este método es común en circuitos de nivelación de líneas; se parte de un BM, se nivelan los puntos de cambio en ida y se realiza luego una nivelación de vuelta. Se calculan las diferencias de nivel de ida y vuelta pasando por los mismos puntos de cambio. En teoría las diferencias de altura entre dos puntos de cambio medidos en ida y vuelta deben ser iguales aunque de signo contrario, por los inevitables errores esta condición no se cumple. Las diferencias de altura se calculan promediando las de ida con su respectiva en la vuelta, manteniendo el signo de la ida.

$$\Delta h(\text{BM a 1}) \text{ promedio} = \frac{\Delta h(\text{BM a 1}) \text{ ida} + \Delta h(1 \text{ a BM}) \text{ vuelta}}{2}$$

$$\Delta h(1 \text{ a 2}) \text{ promedio} = \frac{\Delta h(1 \text{ a 2}) \text{ ida} + \Delta h(2 \text{ a 1}) \text{ vuelta}}{2}$$

$$\Delta h(\text{N-1 a N}) \text{ promedio} = \frac{\Delta h(\text{N-1 a N}) \text{ ida} + \Delta h(\text{N a N-1}) \text{ vuelta}}{2}$$

Las cotas de los puntos de cambio se calculan

$$\text{Cota 1} = \text{Cota BM} + \Delta h (\text{BM} - 1) \text{ promedio}$$

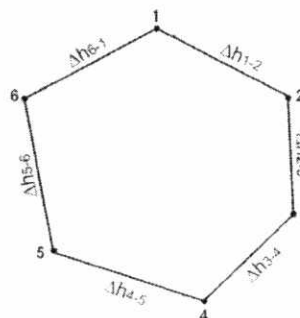
$$\text{Cota 2} = \text{Cota 1} + \Delta h (1-2) \text{ promedio}$$

$$\text{Cota 3} = \text{Cota 2} + \Delta h (2-3) \text{ promedio}$$

$$\text{Cota N} = \text{Cota N-1} + \Delta h (\text{N-1} - \text{N}) \text{ promedio}$$

### 8.7.4. Nivelación de un Circuito Cerrado

En este tipo de nivelación se parte de un BM, se establecen los puntos de cambio y se termina en el mismo BM de salida. Este método es práctico cuando se utilizan cotas arbitrarias o en circuitos independientes. En la nivelación de circuito cerrado se debe cumplir que la suma de las diferencias de altura debe ser igual cero:  $\sum \Delta h_i = 0$ .



Nivelación de circuito cerrado



Por los errores cometidos esta condición no se cumple, por lo que el error de cierre de la nivelación se calcula:

Error de cierre de la nivelación -  $\delta H \rightarrow \boxed{\delta H = \sum \Delta H_i}$

La corrección para las diferencias de altura será.

Corrección -  $C_{\Delta H} \quad \boxed{C_{\Delta H} = \frac{-\delta H}{N}}$  donde N = número de  $\Delta H$

Diferencias de altura corregidas -  $\Delta H_{corr} \quad \boxed{\Delta H_{corr} = \Delta H_{med} + C_{\Delta H}}$

Las cotas de los puntos de cambio se calculan

Cota 1 = Cota BM +  $\Delta H$  BM - 1 corregido

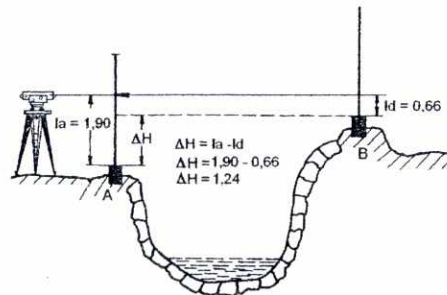
Cota 2 = Cota 1 +  $\Delta H$  1-2 corregido

Cota 3 = Cota 2 +  $\Delta H$  2-3 corregido

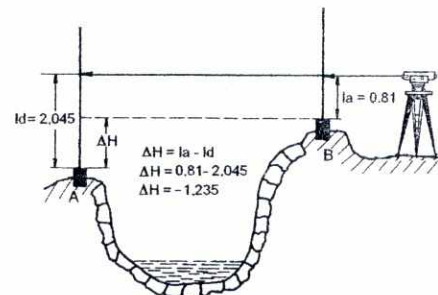
Cota BM = Cota N +  $\Delta H$  N - BM corregido

### 8.7.5. Nivelación Recíproca o Cruce de Ríos

Los accidentes topográficos como ríos, lagos, cañadas, hacen difícil o imposible colocar el nivel equidistante entre las miras, en tales casos se suele emplear la nivelación recíproca. La distancia máxima entre las miras debe ser de unos 200 m. El procedimiento es el siguiente:



Nivelación Recíproca Ida



Nivelación Recíproca Vuelta

1. Se sitúa el nivel en una de las márgenes y cerca de él se coloca un punto BM.
2. Se coloca un punto de cambio en la otra margen de río o accidente.

3. Se toma una lectura (lectura atrás:  $la$ ) sobre la mira en el BM.
4. Se toma una lectura (lectura delante:  $ld$ ) sobre la mira en el punto de cambio de la otra margen. Como la visual es muy larga se hacen varias lecturas para promediarlas.
5. Se traslada el nivel al otro lado y se repite el procedimiento, que será una nivelación de vuelta.
6. Se calculan las diferencias de altura de ida y vuelta ( $\Delta h_{ida}$  y  $\Delta h_{vuelta}$ ):

$$\Delta h_{ida} = \text{lectura atrás} - \text{lectura delantera promedio}$$

$$\Delta h_{vuelta} = \text{lectura atrás} - \text{lectura delantera promedio}$$

7. Se calcula la diferencia de altura promedio, con el signo del  $\Delta h_{ida}$ .

$$\Delta h_{promedio} = \frac{\Delta h_{ida} + \Delta h_{vuelta}}{2}$$

8. La cota del punto al otro extremo será:

$$\text{Cota punto} = \text{cota BM} + \Delta h_{promedio}$$

#### 8.7.6. Determinación de altura de puentes y techos

En algunos proyectos de ingeniería se presenta la necesidad de determinar la altura de un puente o paso a desnivel, o nivelar una estructura de entre piso en un edificio largo antes del vaciado del concreto. Las diferencias de lectura se determinan mediante la mira en posición invertida, utilizando una mira telescópica.

Diferencia de altura

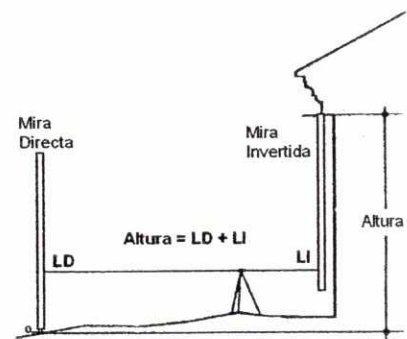
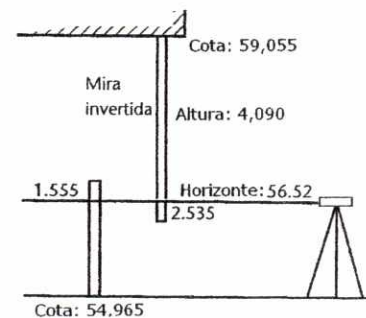
$\Delta H = \text{suma lectura de las miras}$

$$\Delta H = 1,555 \text{ m} + 2,535 \text{ m} = 4,090 \text{ m}$$

Cota Techo - CT = Cota piso +  $\Delta H$

$$CT = 54,965 + 4,090 = 59,055$$

Otra forma es calculando el horizonte



Nivelación techos y puentes

---

Horizonte = Cota piso + lectura mira derecha

Horizonte =  $54,965 + 1,555 = 56,520$

Cota techo = horizonte + lectura mira invertida

Cota techo =  $56,520 + 2,535 = 59,055$

### 8.7.7. Nivelación de Perfiles Longitudinales

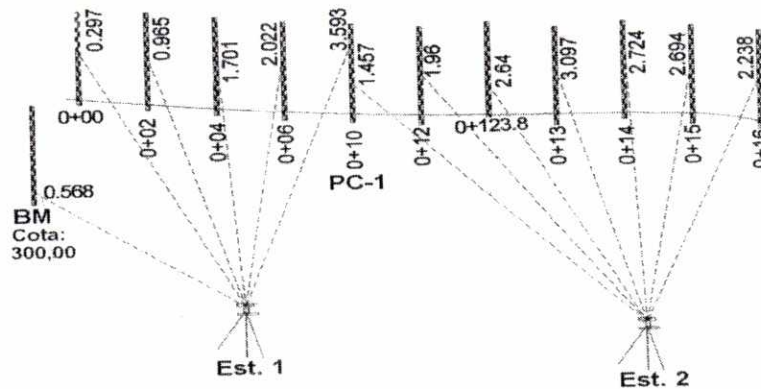
En los levantamientos para carreteras, vías férreas, tendidos de tuberías, canales, es indispensable las elevaciones y diferencias de pendientes a todo lo largo del recorrido de la vía o tendido. Al representar gráficamente estas elevaciones, se tiene un **perfil**, es decir, una sección vertical de la superficie del terreno, según una línea fija o datum.

La nivelación de un perfil longitudinal tiene que ser realizado en ida y vuelta, pasando por los mismos puntos, de cambio e intermedios. Para aligerar el trabajo se recomienda usar siempre distancias iguales, para los puntos de cambio, 100 m en terrenos lisos y 50 m en terrenos escarpados, así mismo se deben tomar lecturas en sitios como quiebres, cruces de caminos, cambios de pendiente, puentes, alcantarillas, etc.

El proceso de medición de un perfil es el siguiente:

1. El perfil se mide por el método de la nivelación directa. Se inicia colocando el nivel en un punto donde se pueda observar la mayor cantidad de puntos del perfil.
2. La primera lectura (lectura atrás – la) se realiza sobre un BM, esta sirve para calcular la altura del plano horizontal.
3. Luego se hacen lecturas intermedias de mira en todos los puntos visibles (lecturas intermedias - li), hasta alcanzar el límite de la distancia visual.
4. El último punto se elige como punto de cambio, y sobre él se hace la lectura delantera (ld).
5. Se traslada el instrumento a otro lugar. Sobre el punto de cambio se hace la lectura atrás (la) y se repite el proceso.
6. Para dibujar un perfil se utilizan dos escalas, una escala horizontal para dibujar el recorrido y otra vertical para dibujar las diferencias de altura. La escala vertical se exagera sobre la horizontal en una relación de 10 a 1 y 5 a 1, para hacer más notables las diferencias de altura.



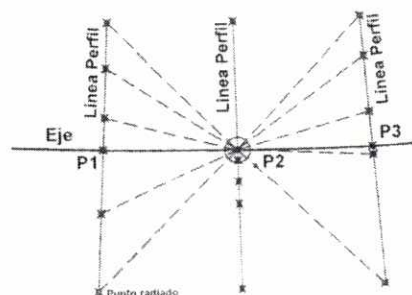


P.V.	Lect. Atrás	Horiz.	lect. Delant.	Lect. Interm.	Calculo de cota Puntos Interm.	Cotas
BM-2	0,568	300,568				300,000
0+000				0,297	$300,568 - 0,297$	300,271
0+020				0,965	$300,568 - 0,965$	299,603
0+040				1,701	$300,568 - 1,701$	298,867
0+060				2,022	$300,568 - 2,022$	298,546
0+100	1,457	298,432	3,593		$300,568 - 3,793$	296,975
0+120				1,960	$298,432 - 1,960$	296,472
0+123				2,640	$298,432 - 2,640$	295,792
0+130				3,097	$298,432 - 3,097$	295,335
0+140				2,724	$298,432 - 2,724$	295,708
0+150				2,694	$298,432 - 2,694$	295,738
0+160			2,238		$298,432 - 2,238$	296,194

### 8.7.8. Nivelación de Perfiles o Secciones Transversales

Una sección transversal, es el perfil obtenido sobre una perpendicular a un perfil longitudinal o a una línea de nivelación. Este método se emplea casi exclusivamente para calcular volúmenes de movimientos de tierra en proyectos de construcción de carreteras, canales, urbanismos.

Después que se realiza el perfil longitudinal se localizan los detalles planimétricos como servicios, cercas, edificaciones, alcantarillas y los desniveles, mediante estacas colocadas a intervalos entre 15 a 30 m.





Las distancias a lo largo del perfil longitudinal y las de los puntos del perfil transversal se miden con cinta o por métodos taquimétricos, es indispensable el señalamiento de cada punto por medio de estacas. Es importante elaborar un buen croquis donde se señalen claramente la posición y las medidas de los puntos.

El proceso medición de una nivelación de perfil transversal se inicia colocando el nivel en un sitio de donde se puedan observar varias secciones, se toma una lectura atrás (la) sobre un punto sobre el perfil longitudinal, esta lectura sirve para calcular la altura del plano horizontal, después se hacen lecturas intermedias (li) sobre todos los puntos de las secciones transversales que se puedan observar, luego se hace una lectura adelante (ld) sobre un punto del perfil longitudinal, este será el punto de cambio, se muda el instrumento y se repite el proceso. El cálculo de las cotas se realiza de la siguiente forma:

$$\text{Altura Horizonte} = \text{Cota punto} + la$$

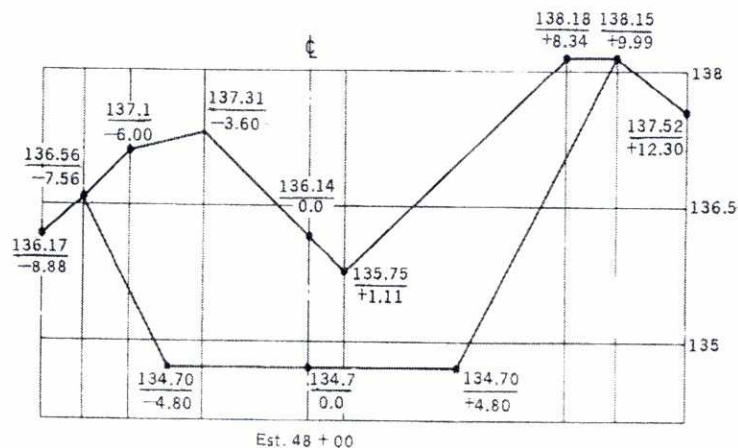
$$\text{Cota Puntos de Sección} = \text{Altura Horizonte} - li$$

$$\text{Cota Punto de Cambio} = \text{Altura Horizonte} - ld$$

## 8.8. CALCULO DE SECCIONES TRANSVERSALES Y VOLÚMENES

### 8.8.1. Área de Secciones Transversales

Las secciones transversales se utilizan para el cálculo del volumen del movimiento de tierra necesarios para la ejecución del proyecto. Para calcular el área de una sección transversal se diseña un sistema de coordenadas definido así: el eje X correspondiente a la distancia del eje de la vía y el eje Y a la altura del punto.



Sección Transversal

El área de la sección se calcula por coordenadas

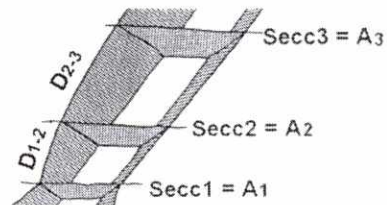
Altura	Dist.	Ni x Ei+1	Ei x Ni+1
134,70	0,00		
134,70	-4,80	-646,56	0,00
136,56	-7,56	-1.018,33	-655,49
137,10	-3,60	-491,62	-1.036,48
136,14	0,00	0,00	-490,10
135,75	1,11	151,12	0,00
138,18	8,34	1.132,16	153,38
138,15	9,99	1.380,42	1.152,17
134,70	4,80	663,12	1.345,65
134,70	0,00	0,00	646,56
		1.170,30	1.115,70

$$\text{Área} = \frac{1.170,30 - 1.115,70}{2} = 27,30 \text{ m}^2$$

### 8.8.2. Cálculo del volumen de terraplén o excavación

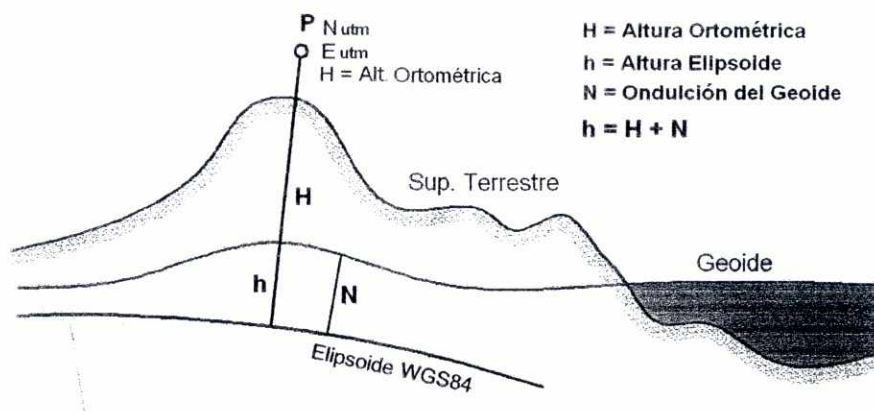
El volumen se calcula por el método de las áreas medias, esto es multiplicando la distancia existente entre dos secciones transversales continuas, por el promedio de sus áreas.

$$V = D_{1-2} \left( \frac{A_1 + A_2}{2} \right)$$

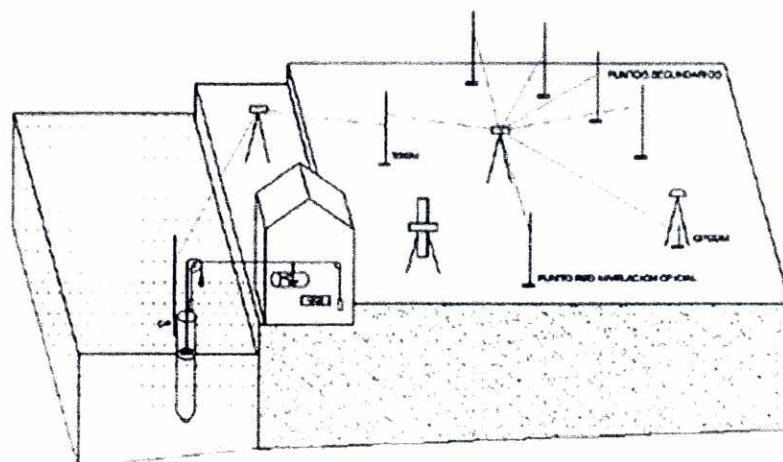
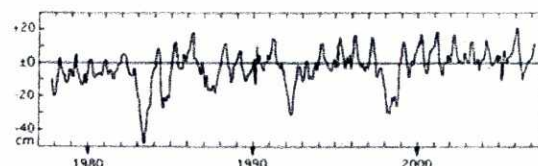
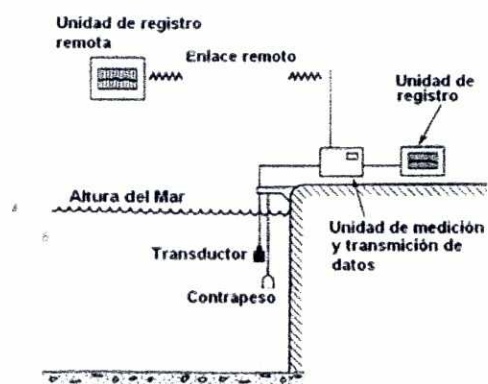


Secciones de una excavación

## DIFERENCIA ENTRE ALTURA ELIPSOIDAL Y ORTOMÉTRICA

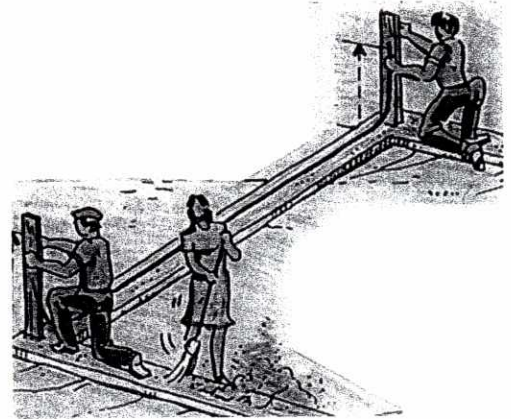
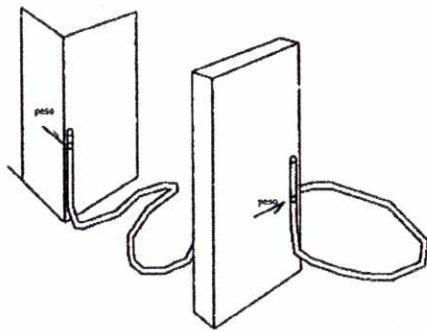
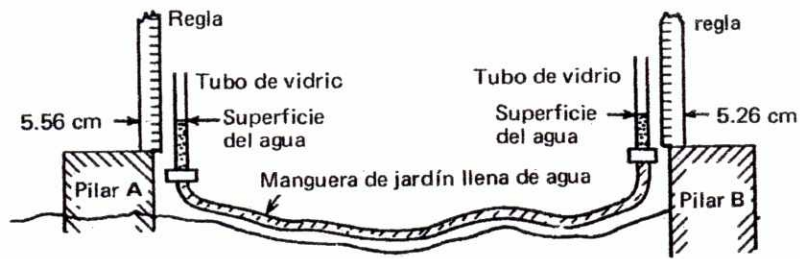


## Mareografo

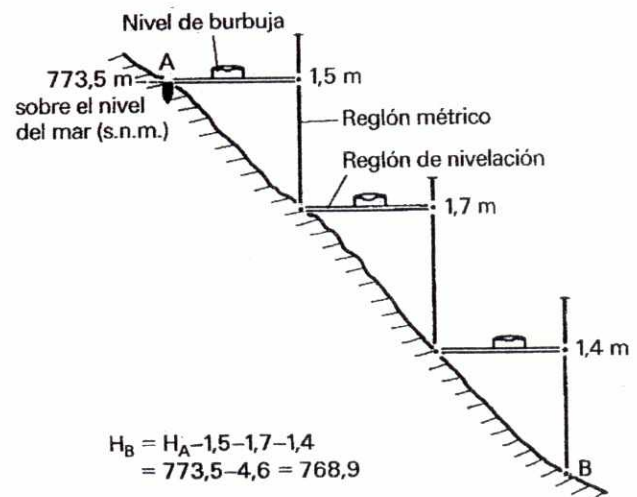
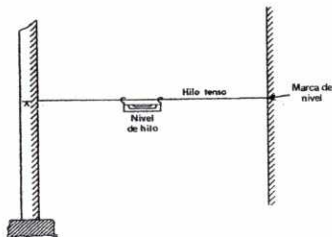
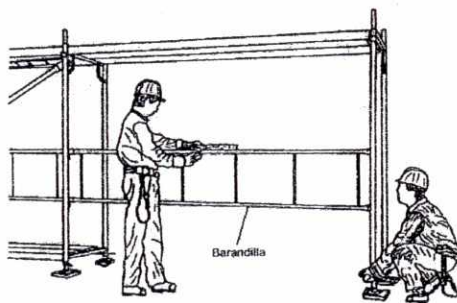


Red de Control Vertical

## Uso del nivel de manguera de agua



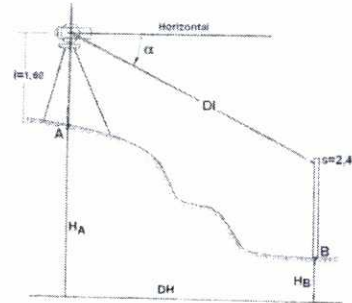
## Uso del nivel de burbuja o de carpintero





### 8.9. EJEMPLOS

1. Con un teodolito con altura  $i$ : 1,60 m colocado en el BM-A de cota 54,82 msnm, se midieron a un punto B, una distancia horizontal de DH: 85,32 m, y un ángulo de elevación  $\alpha$ :  $-15^\circ 22' 18''$ . Calcule la cota del punto B, si la altura de la señal es  $s$ : 2,40 m.

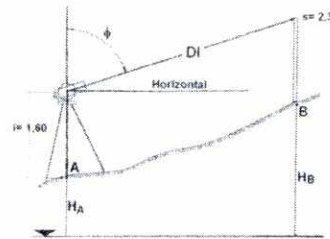


$$HB = HA + DH_{A-B} \times \text{Tg } \alpha + (i - s)$$

$$HB = 54,82 + 85,32 \text{ m} \times \text{Tg } -15^\circ 22' 18'' + (1,60 \text{ m} - 2,40 \text{ m})$$

$$HB = 30,56 \text{ msnm}$$

2. En un BM-A de cota 34,76 msnm, se colocó un teodolito a una altura  $i$ : 1,60 m, desde allí se midieron a un punto B, una distancia inclinada de DI: 94,67 m, y un ángulo de zenital  $\phi$ :  $75^\circ 16' 22''$ , a un prisma de altura  $s$ : 2,32 m. Calcule la cota del punto B.

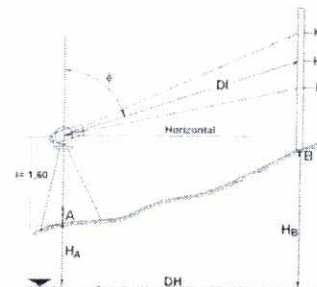


$$HB = HA + DI_{A-B} \times \text{Cos } \phi + (i - S)$$

$$HB = 34,76 \text{ msnm} + 94,67 \text{ m} \times \text{Cos } 75^\circ 16' 22'' + (1,60 - 2,32)$$

$$HB = 58,11 \text{ msnm}$$

3. Se ubicó un teodolito en el BM-A de altura 56,43 msnm, y una mira en un punto B. Desde A se realizó una nivelación taquimétrica, donde se leyeron:  $\phi = 85^\circ 32' 20''$ ,  $HS = 3,658$ ,  $HM = 2,493$ ,  $HI = 1,328$ , la altura del teodolito fue  $i = 1,60$ . Calcular la altura en msnm de B



$$HB = HA + 50 \times L \times \text{Sen} 2\alpha + (i - HM)$$

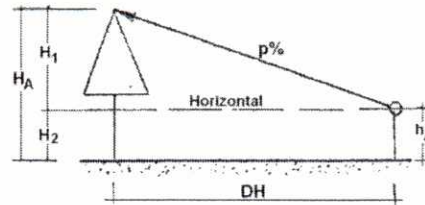
$$L = HS - HI \rightarrow L = 3,658 - 1,328 = 2,330$$

$$\alpha = 90^\circ - \phi \rightarrow \alpha = 90^\circ - 85^\circ 32' 20'' = 4^\circ 27' 40'' \text{ donde } 2\alpha = 8^\circ 55' 20''$$

$$HB = 56,43 + 50 \times 2,330 \times \text{Sen } 8^\circ 55' 20'' + (1,60 - 2,493)$$

$$HB = 63,29 \text{ msnm}$$

4. Calcular la altura del árbol  $H_A$ , si desde un punto A, se midió una distancia horizontal DH: 25,00 m y una pendiente a la copa del árbol de 48%, la altura del observador fue  $h_A$ : 1,60 m.



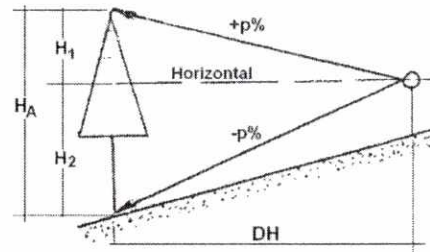
$$\text{Altura del árbol } H_A = H_1 + H_2$$

$$H_1 = \frac{DH}{100} \times p\% \rightarrow H_1 = \frac{25,00}{100} \times 48\% = 12,00 \text{ m}$$

$$H_2 = h_A \rightarrow H_2 = 1,60 \text{ m}$$

$$H_A = 12,00 \text{ m} + 1,60 \text{ m} = 13,60 \text{ m}$$

5. Calcular la altura del árbol  $H_A$ , si desde un punto A, a una distancia horizontal DH: 25,00 m, con un nivel Abney, se midieron las pendientes a la copa del árbol en  $p\%$ : +41% y a la base en  $p\%$ : -13%.



$$\text{Altura del árbol } H_A = H_1 + H_2$$

$$H_1 = \frac{DH}{100} \times p\% \rightarrow H_1 = \frac{25,00}{100} \times 41\% = 10,25 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{DH}{100} \times p\% \rightarrow H_2 = \frac{25,00}{100} \times (-13\%) = 3,25 \text{ m}$$

$$H_A = 10,25 \text{ m} + 3,25 \text{ m} = 13,50 \text{ m}$$

6. En el BM-A de cota 950,00 msnm, se colocó una estación total a una altura de  $i$ : 1,70 m, desde allí se midió a una señal de altura  $s$ : 4,00 m colocada en un punto B, una distancia horizontal DH: 1240,00 m y un ángulo vertical  $\phi$ :  $110^\circ 32' 40''$ . Calcular la cota de B.

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} + i - s \quad \Delta H = DH \times \text{Tg } \alpha + \varepsilon \quad \alpha = 90^\circ - \phi$$

$$\varepsilon = \frac{D^2}{2R} \times (1-k) = \frac{1240,00^2 \text{ m} \times (1-0,16)}{2 \times 6.370.000 \text{ m}} = 0,10$$

$$\alpha = 90 - 110^\circ 32' 40'' = -20^\circ 32' 40''$$

$$\Delta H = 1240,00 \times \text{Tg} -20^\circ 32' 40'' + 0,10 = -464,61 \text{ m}$$

$$H_B = 950,00 \text{ msnm} - 464,61 \text{ m} + (1,70 \text{ m} - 4,00 \text{ m}) = 483,09 \text{ msnm}$$

## 7. Nivelación entre dos BM

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$	Correc. Dif. Alt. C $\Delta h$	Dif. Alt. Correg. $\Delta h$ corr.	Cotas
BM-1	2,222					53,705
1	3,604	0,674	1,548	-0,003	1,545	55,250
2	2,947	0,332	3,272	-0,003	3,269	58,519
3	0,982	2,476	0,471	-0,003	0,468	58,987
BM-2		1,525	-0,543	-0,003	-0,546	58,441
			4,748		4,736	

Diferencia de altura entre Bms = Cota BM-2 - Cota BM-1

Diferencia de cotas = 58,441 - 53,705 = 4,736

Error de altura  $\delta \Delta H = \Sigma \Delta h - (\text{Cota BM de llegada} - \text{Cota BM de salida})$

Error de altura  $\delta \Delta H = 4,748 - 4,736 = 0,012 \text{ m}$

Corrección de altura  $C\Delta h = \frac{-0,012}{4} = -0,003$

## 8. Nivelación desde BM-1 para colocar a BM-2

## Ida

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$	Cotas
BM-1	2,084			53,705
1	3,454	0,524	1,560	
2	2,767	0,190	3,264	
3	2,543	1,280	1,487	
BM-2		0,246	2,297	62,147
			8,608	

## Vuelta

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$
BM-2	0,568		
2	1,673	2,784	-2,216
1	0,462	2,690	-1,017
1	0,780	3,794	-3,332
BM-1		2,491	-1,711
			-8,276

Dif. Altura Promedio:  $\Delta h \text{ Prom} = \frac{8,608 + 8,276}{2} = 8,442$

Cota BM-2 = Cota BM-1 +  $\Delta h \text{ Prom}$

Cota BM-2 = 53,705 + 8,442 = 62,147

### 9. Nivelación de un Circuito Cerrado

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$	Correc. Dif. Alt. C $\Delta h$	Dif. Alt. Correg. $\Delta h$ corr.	Cotas
BM-5	2,250					24,640
1	2,324	2,148	0,102	-0,006	0,096	24,736
2	1,125	1,742	0,582	-0,006	0,576	25,312
3	1,833	1,368	-0,243	-0,006	-0,249	25,063
4	2,841	0,816	1,017	-0,006	1,011	26,074
1	1,058	2,347	0,494	-0,006	0,488	26,562
BM-5		2,974	-1,916	-0,006	-1,922	24,640
$\Sigma \Delta H$			0,036		0,000	

Error de altura:  $\delta \Delta H = \Sigma \Delta H = 0,036$

Corrección de altura  $C\Delta h = \frac{-0,036}{6} = -0,006$

### 10. Calcular la cota del BM-B en una Nivelación Recíproca

#### Ida

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura	Cotas
BM-A	0,890			26,000
BM-B		3,782	-2,886	23,114
		3,781	$\Delta H$ Prom	
		3,778		
		3,779		
	Id Prom	3,780	-2,890	$\Delta h = la - ld$

#### Vuelta

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura
BM-A	3,562		
BM-B		0,671	
		0,673	
		0,689	
		0,687	$\Delta h = la - ld$
	Id Prom	0,680	2,882

$\Delta H \text{ Prom} = \frac{-2,890 - 2,882}{2} = -2,886$

Cota de BM-B = Cota BM-A +  $\Delta H$  Prom = 26,000 - 2,886 = 23,114



11. Calcular las cotas de los puntos 1 a 5 en una nivelación Ida y Vuelta

IDA

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$	$\Delta H$ Prom	Cotas
BM-1	2,222				46,000
1	3,604	0,674	1,548	1,544	47,544
2	2,947	0,332	3,272	3,274	50,818
3	1,348	0,579	2,368	2,370	53,188
4	2,326	3,146	-1,798	-1,800	51,388
5		0,984	1,342	1,343	52,731
			6,732	6,731	

VUELTA

Est.	Lect. Atrás la	Lect. Delant. ld	Difer. Altura $\Delta h = la - ld$
5	0,988		
4	3,152	2,332	-1,344
3	0,569	1,350	1,802
2	0,329	2,941	-2,372
1	0,670	3,605	-3,276
BM-1		2,210	-1,540
			-6,730

$\Delta h$ Ida	$\Delta h$ Vuelta		$\Delta h$ Prom.
1,548	-1,344	$(1,548 + 1,540) \div 2$	1,544
3,272	1,802	$(3,272 + 3,276) \div 2$	3,274
2,368	-2,372	$(2,368 + 2,372) \div 2$	2,370
-1,798	-3,276	$(-1,798 - 1,802) \div 2$	-1,800
1,342	-1,540	$(1,342 + 1,344) \div 2$	1,343

## 12. Calcular las cotas de las progresivas en el perfil longitudinal

Est.	Lect. Atrás la	Horizonte	Lect. Delant. ld	Lect. Interm. li		Cotas
BM-5	3,100	79,346				76,246
0+010				1,980	79,346 - 1,980	77,366
0+020				1,498	79,346 - 1,498	77,848
0+030				2,331	79,346 - 2,331	77,015
0+040				2,995	79,346 - 2,995	76,351
0+050	2,665	78,247	3,764		79,346 - 3,764	75,582
0+060				1,830	78,247 - 1,830	76,417
0+070				1,095	78,247 - 1,095	77,152
0+080				1,618	78,247 - 1,618	76,629
0+090				2,373	78,247 - 2,373	75,874

Horizonte en BM-5 = Cota BM-5 + la

Horizonte en BM-5 = 76,246 + 3,100 = 79,346

Cota Progresivas = Horizonte en BM-5 - li ( de 0+010 a 0+040)

0+010 = 79,346 - 1,980 = 77,366      0+020 = 79,346 - 1,498 = 77,848

0+030 = 79,346 - 2,331 = 77,015      0+040 = 79,346 - 2,995 = 76,351

Cota Pto. Cambio (0+050) = Horizonte en BM-5 - ld

Cota Pto. Cambio (0+050) = 79,346 - 3,764 = 75,582

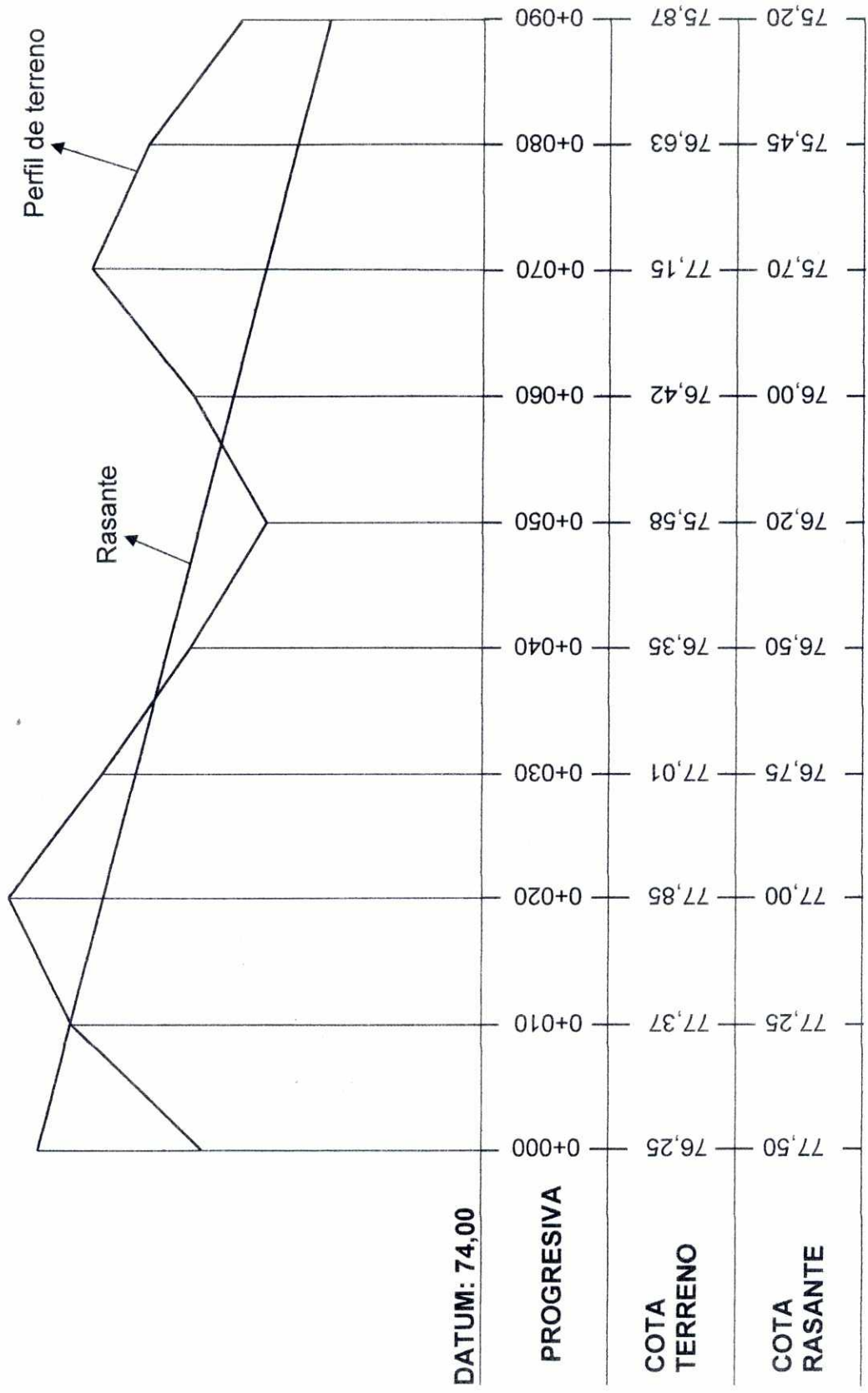
Nuevo Horizonte en 0+050 = Cota de 0+50 + la

Horizonte en 0+050 = 75,582 + 2,665 = 78,247

Cotas de puntos de cambio = Horizonte en 0+50 - li (de 0+060 a 0+090)

0+060 = 78,247 - 1,830 = 76,417      0+070 = 78,247 - 1,095 = 77,152

0+080 = 78,247 - 1,618 = 76,629      0+090 = 78,247 - 2,373 = 75,874



DATUM: 74,00

Escalas Horizontal 1:500  
Vertical 1:50

## Tema N°

## 9

## TOPOGRAFIA APLICADA A LA CONSTRUCCION

## 9.1. INTRODUCCIÓN

La industria de la construcción es una de las más importantes del país y la topografía es parte esencial de ella. De hecho más de la mitad de los trabajos topográficos se relacionan con la industria de la construcción.

Los trabajos de topografía están presentes en todas las etapas de un proyecto:

- Los primeros trabajos de un proyecto se inician con la colocación de la red de control planialtimétrico y con el levantamiento topográfico del terreno. Sobre esos planos los arquitectos e ingenieros diseñarán la obra y ubicarán los diferentes elementos constructivos.
- Una vez que se tienen los planos del proyecto, se procede a densificar la red de control para la ejecución del proyecto, teniendo cuidado de ubicar los puntos en lugares donde no se prevean grandes trabajos de movimientos de tierra o construcciones. Los puntos deberán estar debidamente señalizados y protegidos.
- La siguiente fase del trabajo topográfico consiste en el establecimiento de las posiciones horizontales y verticales de las estructuras. En otras palabras la transferencia de las dimensiones dibujadas en los planos al terreno, de tal manera que las estructuras, drenajes, vialidad, servicios tengan la ubicación y dimensiones correctas.
- Por último los levantamientos de obra terminada, que se utilizan para revisar el trabajo de los contratistas, cuantificar las obras construidas y elaborar los planos definitivos de la obra donde se señalen las modificaciones que se efectuaron durante la construcción. Cuando se requiera se dejarán puntos para el control posterior de la obra, como asentamientos o desplazamientos.

**DEFINICIÓN REPLANTEO:** es la materialización en el terreno, de forma adecuada e inequívoca mediante el uso de instrumentos de levantamiento, de los elementos dibujados en los planos controlando su construcción.

En esta etapa se distinguen tres elementos: el control horizontal para garantizar la ubicación de las obras, el control vertical para asegurar que las diferencias de alturas y pendientes sean las correctas, y los alineamientos verticales y horizontales para garantizar que las obras perpendicularidad y alineamiento de las obras.



---

El replanteo está afectado por determinadas condiciones:

1. La escala de los planos
2. La calidad de dichos planos
3. Las características topográficas del terreno y su entorno
4. Los medios disponibles: materiales, tecnológicos y humanos
5. Las condiciones meteorológicas
6. Las particularidades del proyecto a levantar

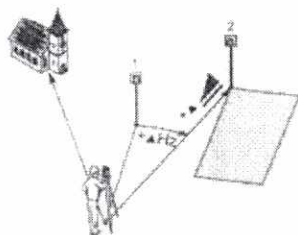
## 9.2. EQUIPOS PARA TRABAJOS DE REPLANTEO

La selección de los instrumentos para el replanteo de una obra va a depender de la precisión deseada y el rendimiento en tiempo para su ejecución. Los instrumentos se pueden clasificar del siguiente modo:

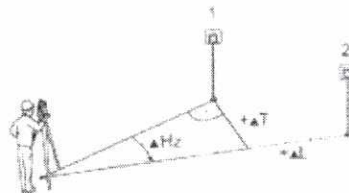
1. **INSTRUMENTOS DE MEDIDA ANGULAR:** los más utilizados son los teodolitos, sean ópticos o electrónicos. Su elección depende de la precisión que se desea alcanzar:
  - Los instrumentos de lecturas a 1' son suficientes para replanteos a corta distancia.
  - Los aparatos de 10" se utilizan para realizar poligonales y observaciones angulares de la red de apoyo en zonas de pequeña extensión.
  - Los teodolitos de segundos son imprescindibles en visuales largas o en la medición de poligonales muy grandes.
2. **INSTRUMENTOS DE MEDIDA LINEAL:** los dos métodos más utilizados son la cinta y los distanciómetros.
  - La cinta se utiliza para medir en áreas cerradas y en terrenos planos donde esta se pueda apoyar en el piso. La cinta a utilizar debe ser metálica y de buena calidad, preferiblemente graduada al milímetro.
  - Los distanciómetros son muy utilizados para visuales largas, donde se requiera gran precisión y ahorro de tiempo y personal. Se recomiendan utilizarlos con teodolitos de precisión entre 10" y 6".
3. **ESTACIONES TOTALES:** es el instrumento más utilizado actualmente, su ventaja reside en que al realizar las mediciones angulares y de distancias de manera electrónica, además de garantizar altas precisiones en las mediciones. El programa interno calcula a partir de las coordenadas de los puntos base o valores (ángulo, distancia horizontal, cota) introducidos a mano por el teclado del instrumento, los elementos necesarios para el replanteo de puntos.

La mayoría de las estaciones totales modernas pueden hacer el replanteo de puntos por los dos métodos más utilizados: replanteo radial y replanteo polar.

En el método radial se introducen las coordenadas del los puntos estación, orientación y del punto a replantear, automáticamente la estación calcula el ángulo horizontal y la distancia de replanteo, un auxiliar se mueve con el prisma siguiendo las instrucciones del operador de la estación, hasta que ella indica la posición exacta del prisma, allí se marca el punto a replantear. En el caso del replanteo ortogonal, la inicialización del instrumento es igual, solamente que los elementos calculados son el ángulo horizontal y las distancias ortogonales de replanteo, el proceso de ubicación del punto a replantear es igual.



Replanteo Radial



Replanteo Ortogonal

4. **INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN DE DESNIVELES:** los niveles más recomendados para el replanteo de obra son los ópticos automáticos, debido al uso intensivo que tienen estos aparatos. En una obra pueden hacerse centenares de observaciones en un día, y muchas veces sin comprobación inmediata.

En la actualidad existen niveles electrónicos de laser rotatorio, permiten proyectar un rayo hasta unos 400 m, muy útiles para replanteo y nivelación de entresijos, colocación de cielo raso, colocación de estacas de rasante en grandes áreas, llevar pendientes en asfaltados.

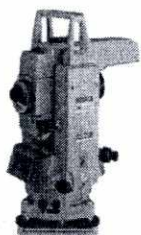
5. **INSTRUMENTOS ESPECIALES:** son aparatos que cumplen funciones muy concretas en lugares o condiciones donde los instrumentos convencionales no son suficientes.
- Teodolitos giroscópico este aparato permite determinar orientaciones acimutales con precisiones entre 25" a 5" en lugares como túneles, minas.
  - Teodolitos laser ideal para alinear horizontales de túneles, tuberías, alineamientos verticales de edificios, torres
  - Plomadas ópticas, son aparatos diseñados para obtener alineaciones verticales con gran precisión.
  - Sistemas GPS, permiten determinar coordenadas con precisiones centimétricas, muy útiles para establecer redes de control horizontal y replanteos al aire libre.



- Oculares y colimadores laser, son muy útiles porque permiten materializar alineaciones en el terreno perceptibles para cualquier observador, útiles alinear tendidos de tuberías, túneles, alcantarillas, controlar la verticalidad de edificios.



Teodolito Giroscópico



Teodolito Laser



Plomada Optica



Ocular Laser

### 9.2.1. Precisión de los Instrumentos para Replanteo

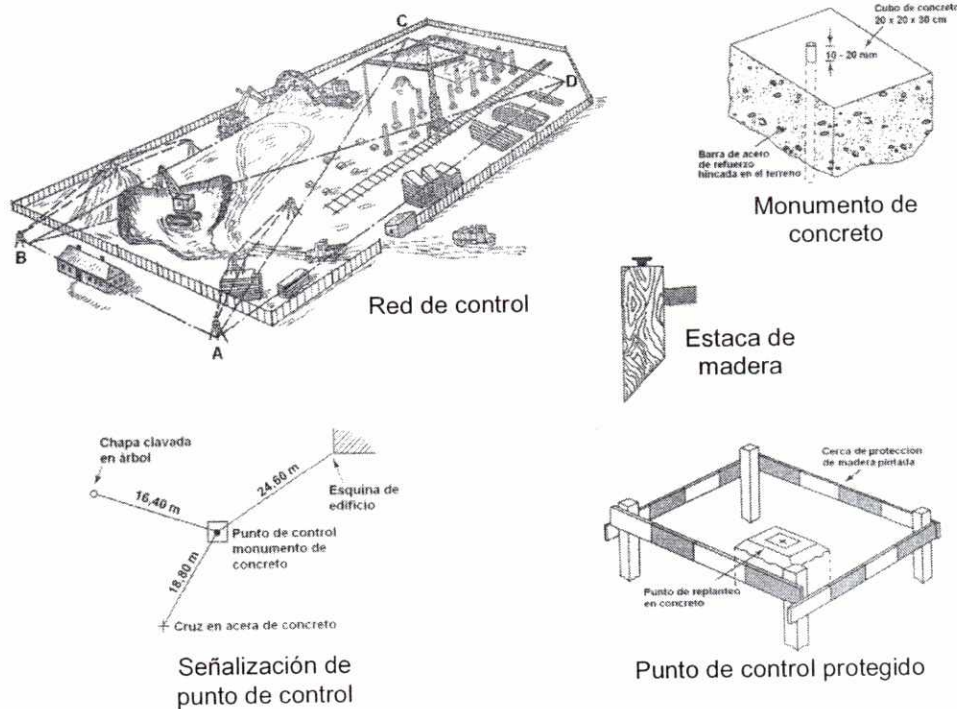
Medición	Instrumento	Precisión
Lineal	Cinta de acero 30 m, uso general	± 5 mm hasta 5 m ± 10 mm de 5 a 25 m ± 15 mm más de 25 m
	Cinta de acero 30 m, uso de precisión	± 6 mm de 10 a 30 m ± 10 mm de 10 a 50 m
	Distanciómetro infrarrojo	± 5 mm + 5 ppm
Angular	Teodolito óptico de 20"	± 20" (± 5 mm en 50 m)
	Teodolito óptico de 1"	± 5" (± 2 mm en 80 m)
	Teodolito electrónico de 1"	± 3" (± 1 mm en 50 m)
Verticalidad	Nivel de burbuja	± 10 mm en 3 m
	Plomada libre suspendida	± 5 mm en 5 m
	Teodolito con colimador vertical	± 5 mm en 30 m
	Plomada óptica	± 5 mm en 100 m
Niveles	Nivel de burbuja	± 5 mm en 5 m
	Nivel de manguera de agua	± 5 mm en 15 m
	Nivel laser	± 5 mm hasta 100 m
	Nivel óptico para construcción	± 5 mm hasta 60 m
	Nivel óptico para ingeniería	± 2 mm hasta 60 m ± 10 mm por km
	Nivel óptico de geodésico	± 2 mm hasta 60 m ± 8 mm por km
Lineal	GPS con RTK	± 10 mm por km

Tabla 9-1: Precisión de los instrumentos de replanteo

### 9.3. Establecimiento de la Red de Control Horizontal y Vertical

No puede pasarse por alto la importancia de un buen sistema de control horizontal y vertical en el área donde se va a construir una obra.

La precisión de las mediciones depende de las exigencias de la obra. La red debe asegurar el levantamiento topográfico a escalas grandes (1:500) y el replanteo rápido del proyecto. Se recomienda según sea la magnitud de la obra diseñar una red planialtimétrica principal, con una precisión entre 1:25.000 a 1:10.000, los puntos deben quedar fijos y bien protegidos. Para los puntos de replanteo se recomiendan redes secundarias con una precisión entre 1:10.000 a 1:5.000, y para las cotas un error no mayor de 2 mm.



Los puntos para control posterior deben ser pernos de bronce o acero, clavos PK incrustados en columnas, muros o lugares muy estables.

En la mayoría de los casos se necesita control adicional para complementar el disponible en un sitio determinado. Los puntos a considerar al respecto son:

1. Instalar los puntos lo suficientemente cerca de la obra para que sean de utilidad a los técnicos y obreros, de manera que puedan transferir alineamientos y elevaciones con precisión, utilizando métodos sencillos.



2. Los puntos deberán cumplir los siguientes requisitos: ser posible estacionarse sobre ellos, ser intervisibles entre ellos, tener buena visibilidad hacia diferentes sectores de la obra.
3. Colocarlos lo suficientemente lejos de la obra, para evitar su obstaculización o destrucción.
4. Deben estar claramente identificados para que todos los entiendan.
5. Deben estar complementados con señales que los proteja, y referenciados de manera que se permita su reposición en caso de destrucción.

### 9.3.1. Red de Control Planimétrica

Los puntos de la red planimétrica se deben colocar con errores entre los 20 mm para la red principal y 50 mm para las redes secundarias. Los métodos de uso convencional para planimetría son: la triangulación, la poligonal, la radiación, el sistema GPS.

1. **LA TRIANGULACIÓN:** se utiliza en grandes extensiones cuando la medición de distancias no se pueden realizar con suficiente precisión. Por ejemplo en grandes obras como puente, represas, túneles y en control de deformaciones.
2. **LA POLIGONACIÓN:** es un método muy utilizado para la densificación de redes, traslado de puntos con coordenadas, sirven de apoyo para levantamientos por radiación. Las mediciones de los ángulos y las distancias deben medirse con los mismos métodos e instrumentos para cada tipo de red. Los ángulos de la red principal se miden con una estación total con precisión angular de 3" y distanciómetro de 5 mm + 3 ppm. Las redes secundarias se pueden medir con teodolitos de 6" y cinta métrica de acero de calidad y calibrada. Con la utilización de equipos y métodos adecuados se pueden obtener muy altas precisiones, entre 1:25.000 para la red principal y 1:10.000 para las secundarias.
3. **LA RADIACIÓN:** los levantamientos radiales son frecuentes en obras para la colocación de puntos de orden inferior o auxiliar. Con el empleo de las estaciones totales su uso se ha vuelto muy útil por el ahorro de tiempo. Se puede utilizar también el método de radiación con un teodolito de precisión angular de 6" y cinta métrica de acero; no se recomienda el uso taquimétrico con mira vertical.
4. **SISTEMA GPS:** la nueva gama de equipos GPS topográficos, con precisiones horizontal de 5 mm + 5 ppm, hace posible su utilización para la colocación de puntos de control planimétricos, densificación de redes existentes y replanteo de puntos perdidos. Las redes se miden por el Método de Corrección Diferencial con el procedimiento Levantamiento GPS Estático Rápido. Ver Tema N° 5 sección 5.8.2.

El GPS es útil para la colocación de puntos espaciados, en terrenos accidentados, colocación de estacas de talud. Para el jalonamiento de construcciones se utiliza el método RTK, con dos receptores, uno colocado en un punto de control y otro móvil. Se deben conocer previamente las coordenadas de los puntos a replantear. Con el GPS se logra una alta precisión horizontal pero son poco confiables en la determinación de alturas, por eso debe combinarse con nivelación geométrica.

Actualmente ha tomado auge la construcción sin estacas, utilizando de forma conjunta GPS y equipos laser, para guiar maquinarias de movimiento de tierra y asfaltados.

### 9.3.2. Red de Control Altimétrica

En cuanto a las mediciones altimétricas las más utilizadas son: la nivelación geométrica directa cuando se requiere una alta precisión de la red. La nivelación trigonométrica con distanciómetro o estación total es suficiente para la mayor parte de los trabajos de replanteo. Las cotas deben obtenerse con un error no mayor de 2 mm.

## 9.4. MÉTODOS DE REPLANTEO

**DEFINICIÓN PUNTOS DE REPLANTEO:** son puntos con coordenadas (N, E, H) de orden inferior necesarios para definir la ubicación y forma en el terreno de un objeto proyectado. Su número depende de la complejidad de la figura y de las dificultades inherentes a la construcción.

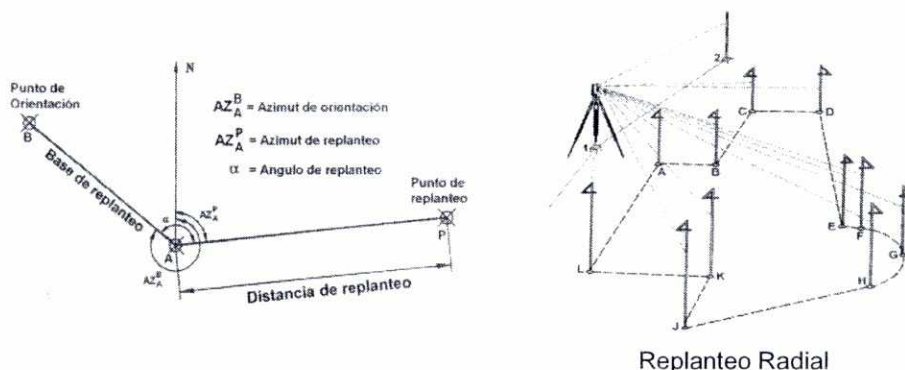
Para definir estos puntos se utilizan las bases de replanteo, puntos de control colocados estratégicamente en el terreno. De los diferentes métodos se abarcarán los dos más comunes: el replanteo por polares, y replanteo por abscisas y ordenadas.

### 9.4.1. Método de Replanteo Radial

En este método, también llamado replanteo polar, se coloca el instrumento (teodolito o estación total) en un punto de control (punto con coordenadas N, E, H conocidas), se orienta con otro punto de control donde se coloca la lectura del ángulo horizontal en  $0^\circ$ .

Para colocar el punto a replantear se calcula el ángulo y la distancia desde el punto estación, esto puede hacerse por coordenadas o gráficamente si la escala del plano lo permite. A continuación se gira el aparato hasta imponer el ángulo calculado y se mide la distancia de replanteo.





Si se desea, el replanteo se puede hacer utilizando los azimuts, estos se calculan por coordenadas. Al orientar el aparato se coloca el azimut entre el punto estación y el punto de orientación, luego se impone el azimut del punto a replantear y se mide la distancia de replanteo.

**ERRORES DEL MÉTODO:** la situación del punto replanteado depende de las medidas realizadas desde la base de replanteo. El error en la ubicación del punto va a depender de los errores accidentales cometidos en las mediciones del ángulo y la distancia. Estos errores se conocen como **Error transversal y Error Longitudinal**.

- **EL ERROR TRANSVERSAL-  $e_t$ :** depende del error cometido en la medición del ángulo polar y de la longitud de la visual de replanteo, el error será:

$$E_t = e_a \times \sqrt{2} \times D \quad \text{donde } E_a: \text{error del ángulo polar}$$

$D$ : distancia de replanteo en metros

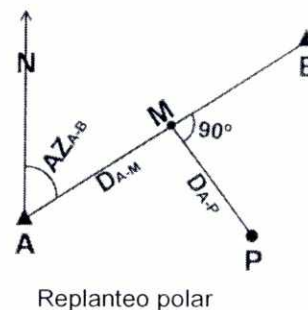
- **EL ERROR LONGITUDINAL -  $E_L$ :** es función del error relativo en distancia  $e_d$ , y depende del medio escogido para medir la distancia, es igual a:

$$E_L = e_d \times D$$

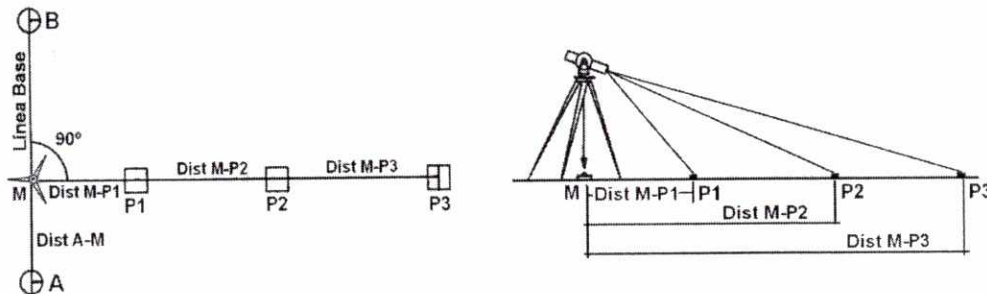
**VENTAJAS DEL MÉTODO:** las ventajas del método son indudables, sobre todo si se utiliza distanciómetro adaptado a un teodolito o una estación total. Demás aprovecha al máximo la situación privilegiada de la base de replanteo.

#### 9.4.2. Método de Replanteo Ortogonal o Polar

Para aplicar este método son necesarios dos puntos de control A y B vivibles entre sí. Dadas las coordenadas de un punto P a replantear, se puede calcular la distancia perpendicular del punto P a la recta que forman A y B, y la distancia entre ambos a un punto M (punto de intersección de ambas rectas). Estas distancias DM-P y DA-M, se pueden calcular por coordenadas o gráficamente si la escala del plano lo permite.



Conocidos estos datos, se estaciona un teodolito en A y se visa B, sobre esa recta AB desde A se mide y marca la distancia AM, se hace una comprobación midiendo la distancia BM. Luego se estaciona el teodolito en M, y se orienta a cualquiera de los dos puntos A o B, se mide un ángulo de  $90^\circ$ , y se obtiene la dirección a perpendicular a A-B, entonces se miden las distancias de los puntos: Dist M-P1, Dist M-P2, Dist M-P3, y se obtiene la ubicación de los puntos a replantear: P1, P2, P3.



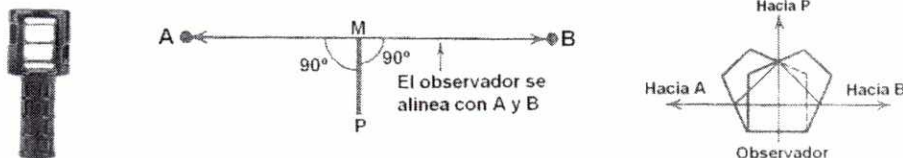
Ubicación de puntos con replanteo polar

Dependiendo de la precisión para el replanteo, los ángulos de  $90^\circ$  se deben medir en las dos posiciones del anteojo (directa e inversa) y las distancias se miden con cinta de acero de calidad. Si se dispone de una estación total el trabajo se puede realizar con gran eficiencia y exactitud.

**ERRORES DEL MÉTODO:** el replanteo ortogonal está afectado por los errores accidentales cometidos en las observaciones angulares de A a B y de A a M. El replanteo de P tiene los errores anteriores  $E_A$  y  $E_L$ . La colocación de P es función de dos operaciones encadenadas y el error final dependerá de las precisiones de cada una.

**VENTAJAS DEL MÉTODO:** la principal ventaja del método es su simplicidad en la operación. Su principal inconveniente es la necesidad de hacer dos operaciones encadenadas, replantear dos puntos para obtener el definitivo. Este método es muy útil en el replanteo de grandes edificios industriales o edificaciones muy largas.

**REPLANTEO CON PRISMA PENTAGONAL Y CINTA:** una forma de aplicar este método en replanteos sencillos o de poca precisión es la utilización de un prisma pentagonal. Este instrumento permite trazar perpendiculares cortas a una línea.



Uso del prisma para replanteo polar



## 9.5. EL SISTEMA DE TRABAJO PARA EL REPLANTEO

El método más común para el replanteo de obras es el Replanteo Ortogonal o Polar, dejando los otros para situaciones particulares.

En topografía es obligatorio sistematizar el trabajo. Esto beneficia la calidad, exactitud y el rendimiento en el trabajo, porque se evitarán los errores y se obtendrá el máximo rendimiento en los replanteos. Al variar el método de replanteo con frecuencia las posibilidades de equivocaciones se incrementan.

### 9.5.1. La Topografía de apoyo

La implantación de la red de apoyo debe realizarse con la mayor exigencia posible. Los errores que tengan las coordenadas de las bases de replanteo se transmitirán a los puntos replanteados.

La situación de las bases de replanteo puede afectar el desarrollo de la obra. Según la posición que ocupen las bases con respecto a la obra a replantear se pueden definir dos tipos de replanteos: externo o interno:

- **REPLANTEO EXTERNO:** ocurre cuando las bases quedan fuera de la obra. Estos replanteos se realizan desde puntos independientes de la figura a replantear. Esta independencia garantiza la estabilidad de las bases. La única condición es disponer de buena visibilidad.
- **REPLANTEO INTERNO:** estos se realizan desde puntos pertenecientes a la figura a replantear. Este método tiene la ventaja de necesitar menos operaciones para replantear un punto. El replanteo interno se utiliza en áreas de escasa visibilidad.

### 9.5.2. Cálculo de los Puntos de Replanteo

El cálculo de los datos para el replanteo puede ser numérico o gráfico. En base a lo anterior se pueden definir dos tipos de proyectos: Proyecto Analítico y Proyecto Gráfico.

1. **PROYECTO ANALÍTICO:** es aquel que tiene suficiente información numérica para el cálculo de los datos de replanteo. Los elementos de la obra están definidos numéricamente, bien con coordenadas o bien con acotaciones. En el primer caso, coordenadas, los datos de replanteo no ofrecerá ninguna dificultad. En el caso de acotaciones, estas tendrían que ser de dos tipos, lineales y angulares, lo cual no dificultaría hallar los puntos de replanteo.
2. **PROYECTO GRÁFICO:** en este caso para obtener los datos de replanteo, estos deben medirse sobre planos. La precisión del resultado final será en función de la escala del plano y la calidad del soporte donde está

trazado el proyecto, la escala para el cálculo gráfico varía entre 1:50 a 1:500.

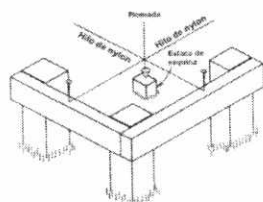
Hay dos maneras de obtener los datos de replanteo de una definición gráfica: por coordenadas gráficas y por medición de distancias a puntos fijos en el terreno.

- **POR COORDENADAS GRAFICAS:** consiste en darle coordenadas a los puntos a replantar midiéndolas gráficamente sobre el plano.
- **POR MEDICIÓN DE PUNTOS FIJOS EN EL TERRENO:** se localizarán puntos fijos en el plano y que se ubiquen claramente en el terreno, desde estos puntos con una cinta métrica se localizarán los puntos a replantar por intersección de rectas. Previamente las distancias de replanteo deben haberse medido en el plano.

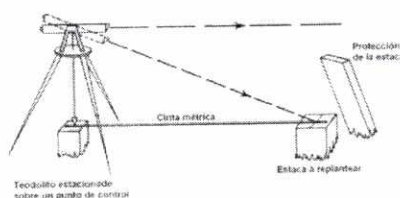
### 9.5.3. Colocación de estacas y trompos para el control de construcciones

La primera operación para situar apropiadamente en el terreno una construcción es la colocación de estacas o trompos que definen los vértices exactos de la edificación.

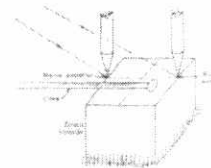
Cuando se colocan los trompos para señalar las esquinas de una edificación, se deben colocar referencias semipermanentes, llamadas vallas o puentes de referencia, situados fuera del área de trabajo, a una distancia entre 1,20 y 1,80 m. Las vallas forman un marco sobre el que se tenderán hilos que definirán el ancho de las excavaciones, para colocar zapatas o encabillados, mampostería para vaciado de vigas, con suficiente precisión.



Puente de referencia



Colocación de trompo



El método radial o polar es muy eficiente para colocar gran número de puntos, en particular cuando se emplean estaciones totales. Estos puntos se localizan por la medición de ángulos y distancias desde puntos de control.

El método por distancias normales utilizando un prisma de agrimensor o pentagonal y una cinta métrica, puede ser suficiente para la colocación de estacas en edificaciones pequeñas o replanteos sencillos.



## 9.6. TRAZADO DE ALINEACIONES O JALONAMIENTO

### DEFINICIONES

**ALINEACIÓN:** es una línea que se replantea en una determinada dirección vendrá dada por un punto perteneciente a esa misma alineación o por la observación previa de otra dirección de la cual se conoce el ángulo que forma con la que se pretende replantear.

**JALONAMIENTO:** es la colocación de trompos o estacas a los largo de una línea y se utilizan para marcar los puntos a replantear.

### 9.6.1. Tipos de jalonamientos

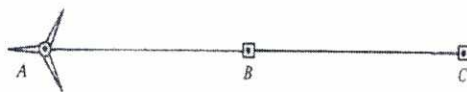
Según el destino y el carácter del trabajo de jalonamiento estos se dividen en:

1. **JALONAMIENTOS PARA MOVIMIENTO DE TIERRAS:** estos se utilizan para marcar el contorno de zanjas de cimentación, trincheras para tuberías subterráneas, etc. El error de las mediciones lineales debe ser no mayor de 5 cm, en altura 1 cm y angular 50".
2. **JALONAMIENTOS PARA TRABAJOS DE CONSTRUCCIÓN:** estos comprenden los jalonamientos para los ejes de columnas, armaduras de concreto armado, muros, excavación para zapatas, encofrados para cimientos monolíticos. Los errores admisibles serán: lineal no mayor de 2 cm, en altura 5 mm y angular 20".
3. **JALONAMIENTOS PARA MONTAJE DE ESTRUCTURA PREFABRICADAS:** el trabajo se efectúa con un error lineal admisible de 2 cm, la determinación de alturas con 2mm y los ángulos 8"

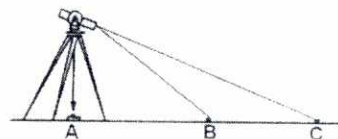
### 9.6.2. Prolongación de una línea

Existen dos métodos para prolongar la línea AB hasta C:

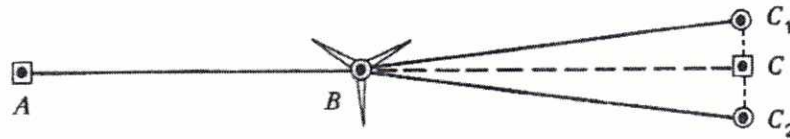
1. Se estaciona un teodolito en el punto A y se visa el punto B, se levanta un poco el lente, que debe mantener el alineamiento AB, luego se va moviendo un objeto fino (punta de lápiz o ficha) hasta que quede sobre el hilo vertical del lente del teodolito, y se marca sobre el terreno, se mide la distancia BC y se define el punto C, este será la prolongación de AB.



Prolongación de líneas



2. Se estaciona el teodolito sobre B y se visa A, se gira el lente (movimiento de cabeceo) y se marca el punto  $C_1$ . Se gira la alidada y se visa nuevamente A (posición inversa) se cabecea nuevamente el lente (con lo cual regresa a la posición directa) y se marca el punto  $C_2$ . Se mide la distancia  $C_1 - C_2$ , el punto C se encontrará a la mitad de la distancia entre  $C_1 - C_2$ .



### 9.6.3. Trazado de Perpendiculares

Existen dos métodos para este tipo de replanteos: el prisma de agrimensor y por replanteo radial.

En cuanto al primero tiene la ventaja de rapidez y sencillez de manejo, pero escasa precisión lo hace aplicable replanteos sencillos o de poca responsabilidad.

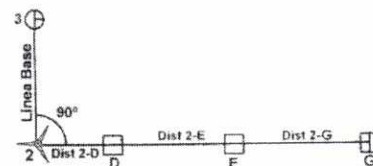
El trazado por polar, para líneas perpendiculares, con la utilización de teodolitos y cinta o estación total las ventajas que ya se explicaron en la sección 9.4.1.

## 9.7. TRAZADO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE EDIFICIOS

La mayoría de las ciudades cuentan con reglamentaciones urbanísticas que establecen los retiros que debe tener una construcción de los linderos de la parcela, esto con el fin de promover el crecimiento armónico de las ciudades. Los arquitectos e ingenieros deben tener presente estas normativas al momento de diseñar un proyecto. La primera operación de la cuadrilla de topografía es demarcación en sitio de la edificación, efectuando las mediciones necesarias a fin de mantener los retiros correspondientes.

### 9.7.1. Trazado de Edificios Sencillos

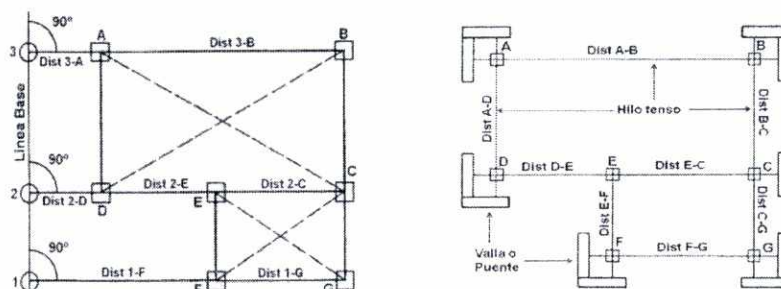
En edificaciones pequeñas las marcas principales se colocan sobre estacas o trompos, utilizando teodolito y cinta métrica, a fin de asegurarse que los ángulos y distancias se midieron correctamente y con exactitud.





Como medida de precaución se deben medir líneas diagonales entre los trompos para verificar su correcta ubicación.

Una vez colocados los trompos se procede a la colocación de las vallas o puentes, que servirán para definir el tamaño de las zapatas y vigas.



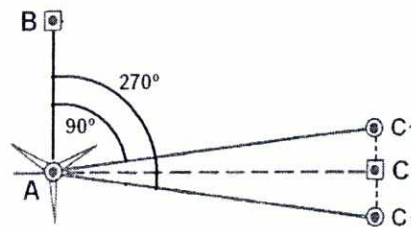
Colocación de trompos para edificios

### 9.7.2. Trazado de Edificios Grandes

Para poder ubicar edificios grandes, centros comerciales, plantas industriales, se deben establecer dos líneas bases una principal y otra auxiliar a 90° de la primera. Luego se fijan los trompos a lo largo de cada una de ellas en los sitios donde sea necesario, para alinear las esquinas de los edificios y otros elementos importantes.

#### TRAZADO DE LÍNEA BASE A 90°

Para colocar el ángulo BAC exactamente a 90°, con un teodolito, el topógrafo se estaciona en el punto de control A y visa B, colocando la lectura horizontal en 0°, gira el aparato hasta leer 90° a una distancia establecida se marca C1, se cabecea el lente y se hace la lectura inversa a 270° a la misma distancia se marca C2.

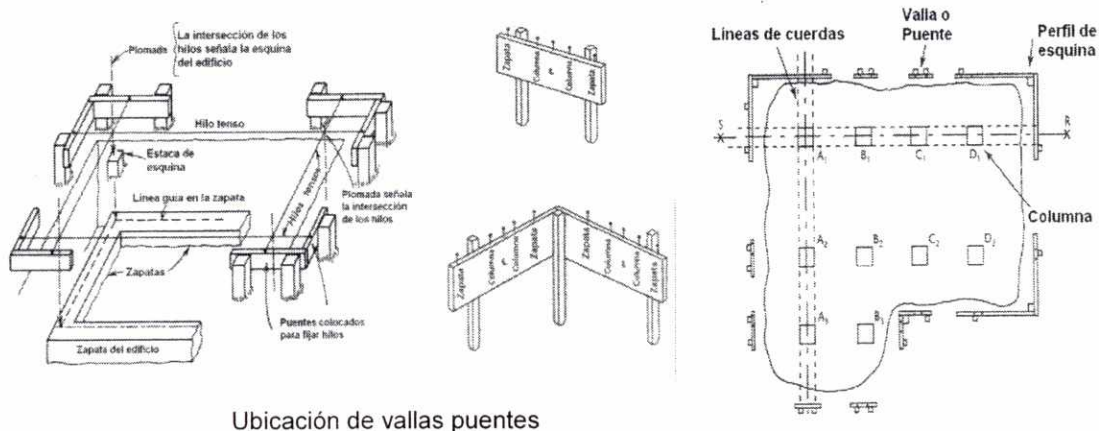


Se mide la distancia C1-C2, el punto C, que forma el ángulo de 90° BAC, se encontrará en la mitad de esa distancia.

#### COLOCACIÓN DE VALLAS - PUENTES

Después de colocar los trompos estos se deben asegurar con la colocación de puentes o vallas. Deben ser muy resistentes para poder soportar la tensión que se les aplica por efecto de los hilos que se colocan en ellas. Se debe emplear un teodolito para colocar los clavos, en los travesaños de las vallas, para sostener los hilos de alineamiento.

El propósito principal de las vallas – puentes es permitir que los trabajadores puedan medir los alineamientos, a partir de puntos de referencia accesibles, sin necesidad de tener siempre un topógrafo en la obra.



Los hilos se pueden retirar y volver a colocar según se necesite durante la construcción. Pueden colocarse para replantear un vértice colocando una plomada en la intersección de dos hilos, pueden colocarse para marcar las líneas de definen los bordes de excavación de zapatas y vigas, para colocación de encofrados.

## 9.8. REPLANTEO DE UN EDIFICIO DE ESTRUCTURA DE ACERO

El entramado de la estructura de un edificio de acero consta de un sistema de vigas horizontales y columnas verticales que se apoyan en planchas de soporte colocadas sobre cabezales de concreto. El entramado es un elemento portante de construcción; además de su propia masa, transmite a los cimientos la carga de los pisos y la masa adicional por el uso del edificio.

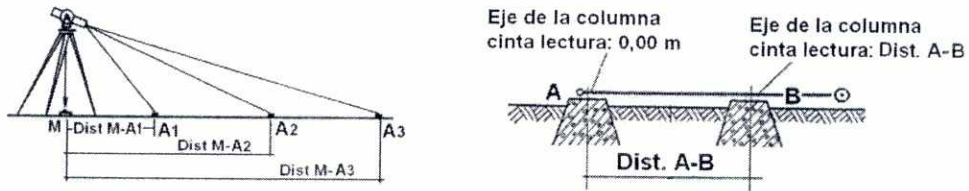
El montaje de las estructuras de cada piso superior en un edificio debe efectuarse únicamente después del afianzamiento seguro de las estructuras del piso inferior. En cada piso los ingenieros determinan.

1. El centro de las columnas coincidan con la posición proyectada, dentro de los límites de tolerancia.
2. La comprobación de la desviación de los ejes verticales de las columnas respecto a los ejes proyectados en dos direcciones axiales.
3. La comprobación de la posición de las columnas después de montar las vigas horizontales, antes y después de la soldadura de las mismas.

### 9.8.1. Montaje de las planchas de apoyo de las columnas

Los cabezales de apoyo de las columnas se pueden replantear por cualquiera de los dos métodos radial u ortogonal, utilizando instrumentos que garanticen la precisión exigida en el proyecto.

Las planchas de apoyo se colocan sobre pernos de anclaje embutidos en el concreto del cabezal. En el montaje de las planchas se usan métodos combinados de control para los ejes y altura.

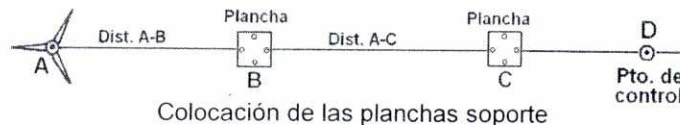


Colocación de planchas de apoyo

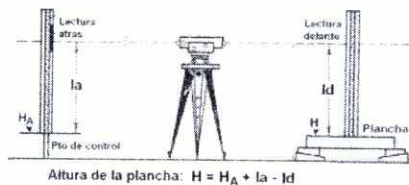
Las distancias entre los centros de las planchas deben mantenerse dentro de las tolerancias prescritas. La nivelación de las planchas se debe realizar con nivel automático y la diferencia entre la altura del proyecto y la real de cada plancha no debe pasar de 1 mm. El giro de la plancha respecto a los ejes de trazado, longitudinal y transversal, una vez replanteada no debe superar 5 mm en relación con la posición proyectada.

Hay que tener presente que las planchas no se fabrican exactas, las dimensiones de sus lados pueden variar hasta 5 mm. Utilizando una regla y un punzón de deben marcar los ejes y el centro de la plancha.

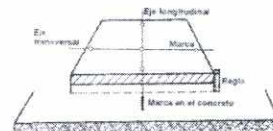
El montaje de las planchas se puede realizar con el método de alineamiento con teodolito y medida de las distancias con cinta métrica de acero. El control de la altura se debe realizar con nivel óptico y mira.



Colocación de las planchas soporte



Nivelación de las planchas soporte



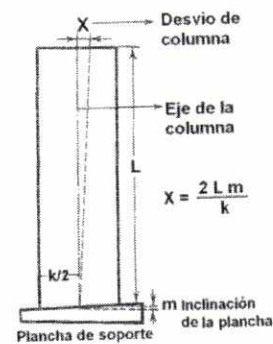
Marcas de ejes de las planchas



Una vez fraguado el concreto se debe nivelar el centro y las marcas de los ejes de la plancha, para verificar que no existe ningún tipo de inclinación.

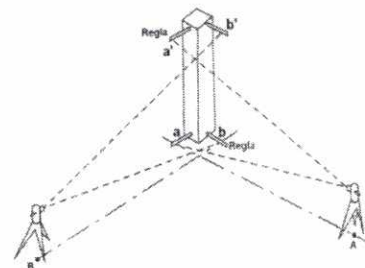
Una plancha inclinada produce el desvío vertical de la columna por ella soportada. El desvío  $X$ , de una columna de altura  $L$  y ancho  $k$ , por una inclinación  $m$  de la plancha de soporte se calcula:

$$X = \frac{2 \times L \times m}{K}$$



### 9.8.2. Alineamiento vertical de columnas

Para alineamientos verticales precisos deben utilizarse dos teodolitos, uno para cada eje (longitudinal y transversal). El método tradicional consiste en colocar cada teodolito en el piso en puntos de control sobre cada eje. Se colocarán dos reglas horizontales graduadas al milímetro, una en el tope de la columna y otra en la base, sobre cada regla se realizan dos lecturas, una en cada posición del anteojo para corregir el error de colimación del anteojo.



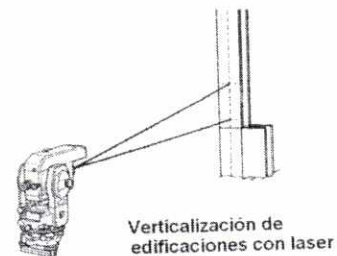
Alineamiento vertical de columnas

La lectura de cada regla será la media de las lecturas en cada posición. La desviación vertical en cada eje será:

$$\text{Eje A} = a - a'$$

$$\text{Eje B} = b - b'$$

Se pueden utilizar de instrumentos con luz laser para alineamientos verticales, el haz de laser se proyecta sobre un eje vertical con una precisión de que va desde  $\pm 3$  mm en 30 m hasta  $\pm 5$  mm en 100 m, según el modelo de aparato. Para utilizar el laser se deben realizar marcas con un punzón, sobre el eje central en la base y en el tope de la columna, de manera de utilizarlas como marcas para el alineamiento.



Verticalización de edificaciones con laser

### 9.8.3. Giro de columnas

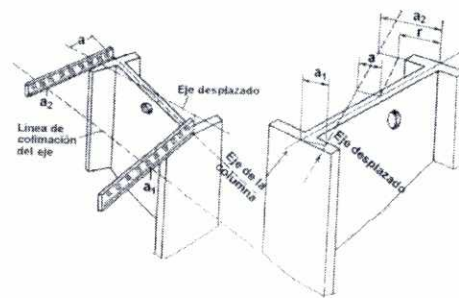
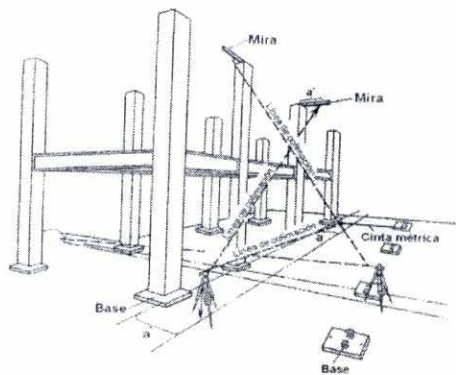
Para determinar el giro que puedan haber sufrido las columnas, se instalan dos teodolitos en los ejes longitudinal y transversal desplazados en paralelo una distancia  $a$ .



Se colocan reglas graduadas al milímetro en la base y el tope de la columna, a la misma longitud del desplazamiento de los ejes (a). Se efectúan lecturas sobre las reglas en las dos posiciones del anteojo. La lectura de cada regla será la media de las lecturas en cada posición.

El giro de la columna sobre su eje vertical será: Lectura de las reglas:  $a_1$  y  $a_2$

$$\text{Giro de la columna: } r = \frac{a_2 - a_1}{2}$$



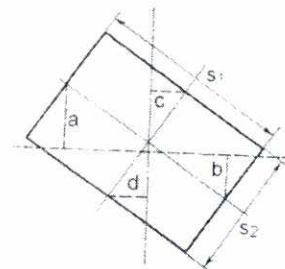
Medición de giros de columnas

#### 9.8.4. Desplazamiento longitudinal de los ejes de las columnas

Antes de proceder al fijar las vigas horizontales con las columnas para armar el entramado metálico del edificio, se debe proceder a verificar el desplazamiento y desviaciones de las columnas con respecto al eje longitudinal en la base y en la parte superior de la fila de columnas respecto a la posición proyectada en el plano horizontal.

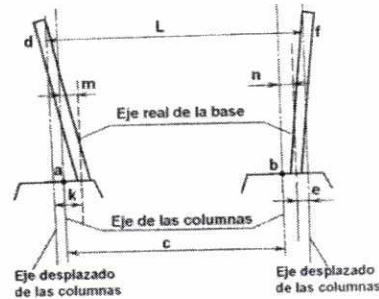
1. Las desviaciones reales de los ejes longitudinal y transversal de las panchas de acero de la base deben tener el mismo signo: + hacia la derecha y - a la izquierda.
2. La semisuma de las desviaciones de los ejes de la plancha en la base respecto al eje longitudinal deben relacionarse con la semisuma de las desviaciones respecto al eje transversal:

$$\frac{a + b}{2} : \frac{c + d}{2} = \frac{s_1}{s_2}$$



Desplazamiento de ejes de columnas

El desplazamiento de un eje columnas donde:  $c$  es la distancia entre las marcas de los centros de las bases,  $L$  la distancia entre los ejes desplazados en el tope de las columnas  $d$  y  $f$ ,  $k$  y  $e$  el desplazamiento de las columnas respecto al eje longitudinal,  $m$  y  $n$  los desplazamiento de los ejes de las bases.



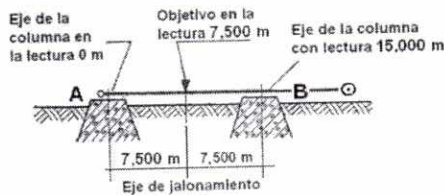
La divergencia entre dos columnas será:

$$\Delta C = \frac{L_1 + L_2}{2} + \frac{m_1 + m_2}{2} + \frac{n_1 + n_2}{2} + k + e - c$$

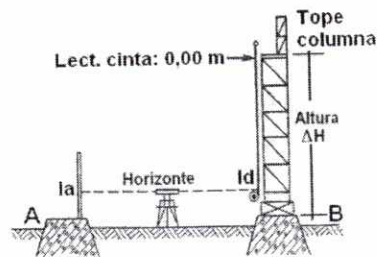
### 9.8.5. Alineamiento de columnas en edificios industriales

Este tipo de alineamiento es común en edificaciones industriales donde las columnas son los ejes por donde corren grúas puentes. Estas pueden ser metálicas o de concreto armado.

Para el replanteo de los ejes se recomiendan teodolitos con precisión máxima de 6" y cintas métricas de acero graduadas al milímetro debidamente comparadas o certificadas, niveles ópticos automáticos y miras graduadas al centímetro, para obtener discrepancias de  $\pm 1$  cm en planimetría y un error de 2 mm en altimetría. Si se dispone de estación total se debe utilizar únicamente para el replanteo planimétrico.



Replanteo de planchas soporte



Verificación altura de columna

El replanteo de las planchas de acero de soporte de las columnas se realiza:

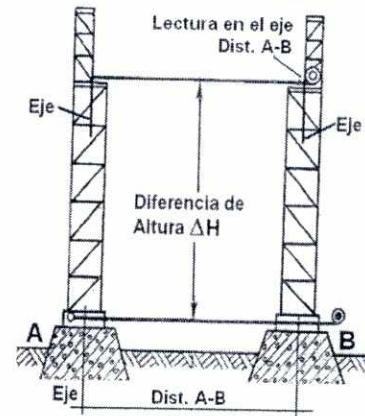
- El alineamiento sobre los ejes longitudinal y transversal se realiza con teodolito.
- La verificación de la separación entre cabezales con cinta de acero graduada al milímetro.

- La verificación de la altura de las columnas se realiza con un nivel automático, mira y cinta métrica. Se coloca una mira sobre una plancha, se deja colgar una cinta, a lo largo de la columna, con el cero en el tope y se le coloca un peso en la base para estirla. La altura del tope de la columna se calcula:

**Altura Torre:  $\Delta H = la + ld$**

donde  $la$  = lectura sobre la mira

$ld$  = lectura sobre la cinta



Verificación de colocación de columnas

- Colocadas las columnas se procede a hacer una comprobación de su colocación verificando: los posibles desplazamientos de las columnas a lo largo de los ejes longitudinal y transversal, giro y altura.

#### 9.8.6. Nivelación de entrepisos en edificios altos

En la construcción de altos edificios las losas de entre pisos se construyen con concreto armado. El encofrado para el vaciado de los pisos se realiza una vez se ha colocado el entramado de vigas y columnas.

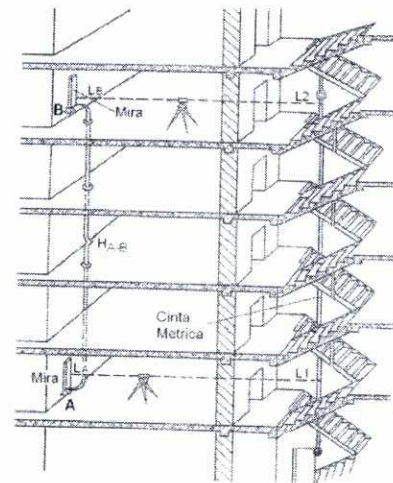
La altura de un piso superior se determina sobre la base de los pisos inferiores. La forma más práctica de calcular la altura de un piso es suspender una cinta métrica graduada al milímetro por el hueco de las escaleras, se coloca un peso en el cero para estirar la cinta y con un nivel automático se hacen lecturas sobre la cinta:  $L_1$  en el piso inferior y  $L_2$  en el piso superior.

Se colocan marcas de nivel en la pared de los pisos, sobre esas marcas se sitúa una mira y se realizan lecturas sobre ellas:  $LA$  y  $LB$

$$\text{Altura B} = LA + HA-B - LB$$

$$\text{donde } HA-B = L_2 - L_1$$

$$\text{Altura B} = LA + (L_2 - L_1) - LB$$



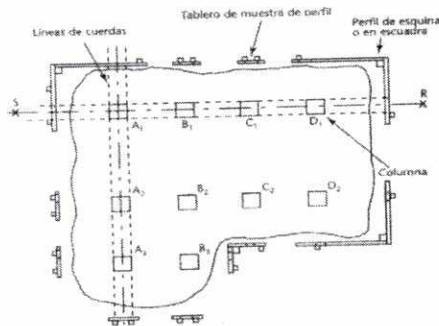
Nivelación de entrepisos en edificios altos



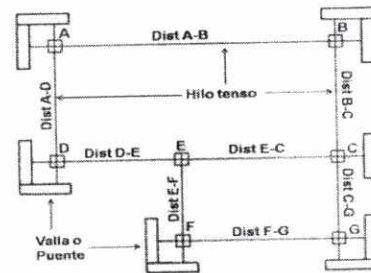
## 9.9. REPLANTEO DE MOVIMIENTOS DE TIERRA Y EXCAVACIONES

### 9.9.1. Jalonamiento para zanjas de grandes edificios

En la construcción de grandes edificios residenciales, comerciales o industriales, de estructuras de concreto o metálica, se requiere de la excavación de grandes fosos para el encofrado de los cimientos, zanjas para el tendido de tuberías de servicios. El trabajo de jalonamiento para el movimiento de tierra se realizará en el contorno de las zanjas de cimentación que soportarán las losas de cimentación, y a lo largo de los ejes de las trincheras para el tendido de las tuberías y ductos de servicios.



Trazado para excavación



Replanteo de ejes de columnas

Antes de jalonar la zanja de cimentación se debe establecer el tamaño de la reserva del contorno interior, esta es una zona de seguridad necesaria para evitar el derrumbe del talud y para la instalación del encofrado. Por lo general para una zanja de 2 a 3 m de lado se adopta una reserva de 30 cm. Al elaborar el esquema de jalonamiento, en el plano de fundaciones se traza el contorno de la zanja, tomando en consideración el talud y la reserva.

Antes del trazado de la zanja de cimentación se realiza el replanteo de los ejes de las columnas

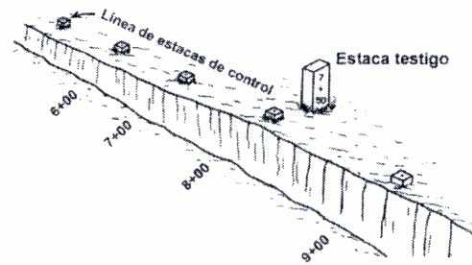
Al jalonar los tendidos para los servicios subterráneos (aguas blancas, cloacas, telefonía, drenajes, se marca en el terreno, con estacas y líneas de cal, el eje de la trinchera a excavar. Las estacas se clavan a todo lo largo del tendido y obligatoriamente en los ángulos de viraje o intersección con otros tendidos, de igual manera se ubican las tanquillas. Las estacas se colocan a un lado del borde de la trinchera, para protegerlas durante la excavación.

### 9.9.2. Replanteo de zanjas para tendido de tuberías

Cuando se excavan zanjas, para tender tuberías de acueductos, cloacas, drenajes o alcantarillas, se debe tener cuidado que el corte tenga la profundidad y la pendiente correcta.



En esta clase excavaciones, el eje de la tubería se señala con estacas perfectamente alineadas, hincadas cada 30 ó 40 m. Las estacas se colocan a un lado del borde de la zanja, para protegerlas durante la excavación y el eje se materializa con una línea de cal. Las estacas deben estar identificadas con el número de progresiva, la distancia al eje y su cota o altura.



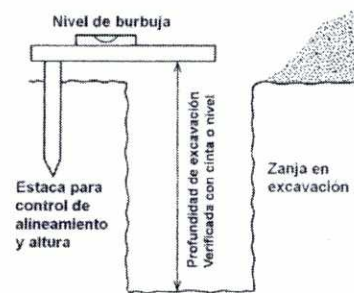
Replanteo de zanja

### 9.9.3. Procedimientos para replantear zanjas

#### 1. DETERMINACIÓN DE PROFUNDIDAD CON NIVEL DE MANO

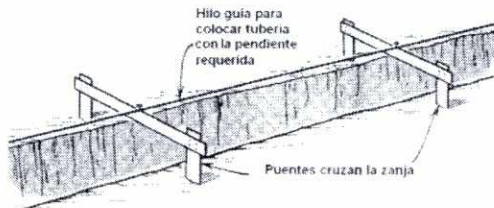
En los sistemas de drenaje o alcantarillado todas las zanjas se deben excavar de acuerdo con un alineamiento y cota específica. El alineamiento no presenta gran problema porque este se puede pintar en el piso con una línea de cal. Pero para verificar la profundidad de la zanja debe aplicarse un control cas continuo.

Para esto se puede utilizar una tabla de madera, colocada sobre una de las estacas ya acotadas, al otro lado de la tabla se coloca una mira o cinta, con la cual se calcula la profundidad.

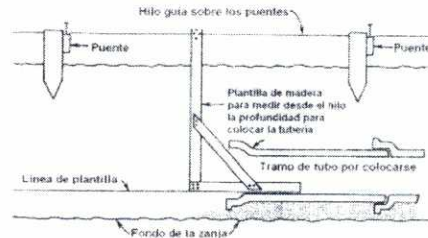


#### 2. PUENTES O VALLAS DE REFERENCIA

Para evitar que en un tendido de tuberías alguno quede demasiado alto o bajo, se necesita supervisar continuamente la excavación y llevar un control vertical por medio de puentes o vallas de referencia.



Tendido de tuberías

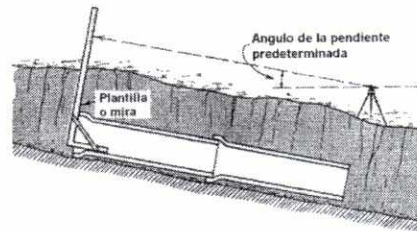


Los travesaños de los puentes se colocan transversalmente por encima de la zanja, de manera que quede a nivel y a una altura predeterminada sobre la plantilla del tubo. Para darles una referencia horizontal a los operarios que colocan las tuberías, se tienden hilos de nylon tensos entre los puentes, sirviendo al mismo tiempo para verificar las medidas en el sentido vertical.

Para encontrar el nivel que debe tener un tramo de tubería, se utiliza un escantillón en forma de L, el cual tiene una longitud igual a la que debe haber entre el hilo tendido sobre los puentes y la plantilla del tubo.

### 3. CONTROL DE EXCAVACIONES CON TEODOLITO

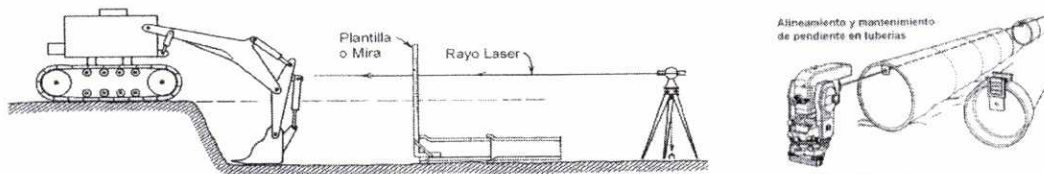
En excavaciones cortas y para tuberías de diámetro pequeño se puede utilizar la visual del teodolito, con el telescopio inclinado a la misma pendiente del trazado, obteniéndose el mismo resultado que con los puentes y los hilos.



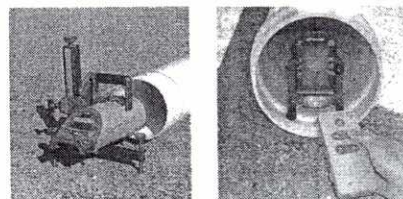
La desventaja del procedimiento es que el topógrafo debe hacer lecturas continuas, y verificar continuamente el calado del instrumento.

### 4. CONTROL DE EXCAVACIONES CON LASER

Los instrumentos laser resultan muy útiles para el tendido de tuberías, sobre todo cuando se tienen que mantener pendientes muy pequeñas. El laser se utiliza para dirigir el alineamiento de las excavadoras y para controlar el gradiente de la tubería.



Para el alineamiento de tuberías de diámetro reducido existen equipos pequeños que se colocan en uno de los extremos de la tubería, en el otro extremo se coloca una señal que permite controlar la dirección y el gradiente de la tubería.





## 9.10. REPLANTEO DE TRAZADOS PARA CARRETERAS

Para el trazado de una carretera los planos del proyecto deben proporcionar los datos necesarios que el topógrafo pueda usar para el replanteo en el terreno del trazado. Los puntos de control horizontal se describirán con sus coordenadas norte y este, los BM se indicarán con sus cotas. También se proporcionará:

- Las estaciones sobre el eje de la vía.
- Las coordenadas de las TE, TS y PI, de las curvas horizontales.

### 9.10.1. Planos de diseño de una carretera

Para la elaboración del diseño de un proyecto de carretera se deben preparar planos a escala 1:500 a 1:1000, en los cuales se consignan todos los detalles del trazado y datos relativos a curvas y tangentes; intersecciones y conexiones con otras vías; alcantarillas, iluminación y puentes; derechos de vía y sobre todo curvas de nivel y cotas de los puntos de interés. Todos los datos mencionados se consignan en planos. Se elaborarán cuadernos con la información relativa a las características de los puntos de control y otros detalles como luminarias, alcantarillas, drenajes. La obra se traza y se ejecuta de acuerdo con la información contenida en los planos.

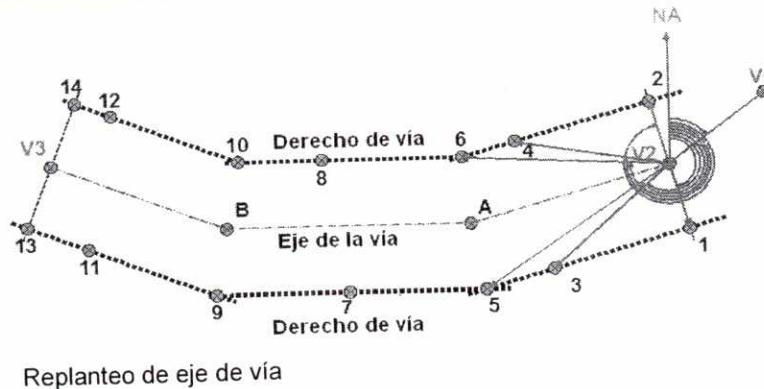
El trazado de las líneas a replantear se puede realizar por el método gráfico utilizando los planos del proyecto, o mediante métodos analíticos con la utilización de cualquier programa de dibujo tipo CAD.

### 9.10.2. Trazado de alineamiento rectos

Definido el eje de la vía y antes de que se inicie la construcción, se debe transferir ese alineamiento al terreno. La ubicación de los puntos se hará según las coordenadas señaladas en los planos y partiendo de los puntos de control establecidos al efecto.

Normalmente el estacado comienza en el punto inicial de la vía de donde se corre el primer segmento recto (tangente), colocando estacas en estaciones completas (intervalos de 30 a 40 m), para especificar la posición horizontal relativa de los puntos a lo largo de la vía. El punto inicial de la línea se designa 0+000 y se irán marcando de acuerdo a los intervalos e colocación: 0+030, 0+060, este sistema de marcado se conoce como progresiva.

El estacado se continúa hasta el primer punto de intersección (PI). Ahí se mide el ángulo de deflexión y se establece la estación para replantear la segunda tangente hasta el próximo PI, donde se mide el ángulo de deflexión. Este proceso se continúa hasta el final.



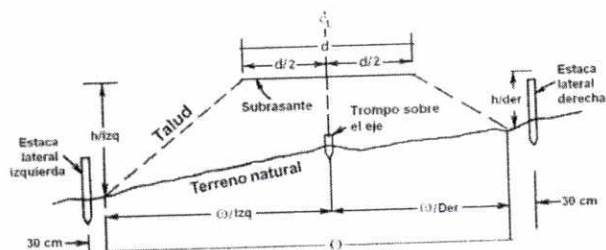
Es importante ir efectuando vinculaciones a las redes de control, a lo largo de la ruta, para asegurarse que ésta conserve el alineamiento correcto.

Una vez que se han colocado las estacas del eje y el derecho de vía, se señalan los límites de la construcción real de manera que el contratista pueda despejar la zona de trabajo.

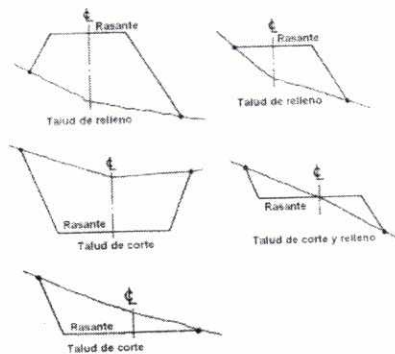
### 9.10.3. Estacas de talud

Para guiar al contratista en la ejecución de excavaciones y terraplenes, se colocan estacas de talud en la intersección del terreno. Las estacas se hincan en la orilla del corte o el fondo del terraplén, es decir donde la línea del talud del corte o del terraplén intercepten al terreno natural. Las estacas de talud se marcan convenientemente para indicar su distancia al eje de la vía y su altura arriba o bajo el terreno natural, en el centro de la estaca.

Las estacas de talud se colocan midiendo desde los trompos del eje de la vía, y se colocan a unos 30 cm fuera de su posición correcta para permitir el trabajo de la maquinaria pesada. Conociendo los valores de  $d/2$  así como los de  $h/izq$  y  $h/der$  se puede calcular la distancia de  $\omega/izq$  o  $\omega/der$ .



Estacado de talud



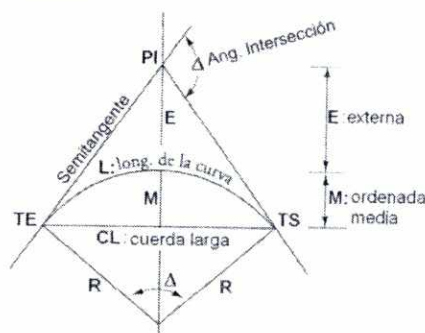
Tipos de taludes



#### 9.10.4. Elementos de una Curva Circular Simple

Aunque la mayor parte de una carretera está constituida por tramos rectos, los cambios de dirección, de un sentido a otro se realizan mediante una curva circular. Esto con la finalidad de garantizar la seguridad y la velocidad de los vehículos que por ella transitarán. Estos elementos son:

TE: Tangente de entrada  
 TS: Tangente de salida  
 PI: Punto de Intersección  
 $\Delta$ : Ángulo de Deflexión  
 R: Radio de la curva  
 L: Longitud de la curva  
 CL: Cuerda Larga  
 M: Ordenada Media  
 E: Externa

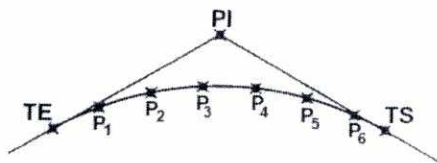


Elementos de Curva Circular

#### 9.10.5. Trazado de la Curva Circular Simple

Para poder replantear una curva circular, se tiene que marcar un número determinado de puntos ( $P_i$ ) que puedan representar físicamente ese tramo de circunferencia. La cantidad de puntos dependerá de la Longitud de la Curva (L) y de su Radio (R). La separación S entre los puntos  $P_i$  se calcula:

$$S = \frac{R}{10}$$

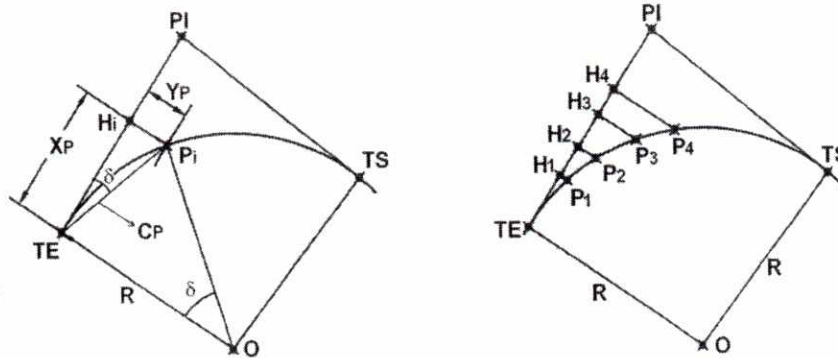


Generalmente los radios de las curvas son demasiados grandes y no permiten el trazo directo de un arco desde el centro de la curva. Las curvas circulares se trazan métodos prácticos entre los que se encuentran:

##### 1. REPLANTEO POR ABSCISAS Y ORDENADAS

Hay dos formas de realizar este replanteo uno por abscisas y ordenadas sobre la semitangente y el otro por abscisas y ordenadas sobre la cuerda.

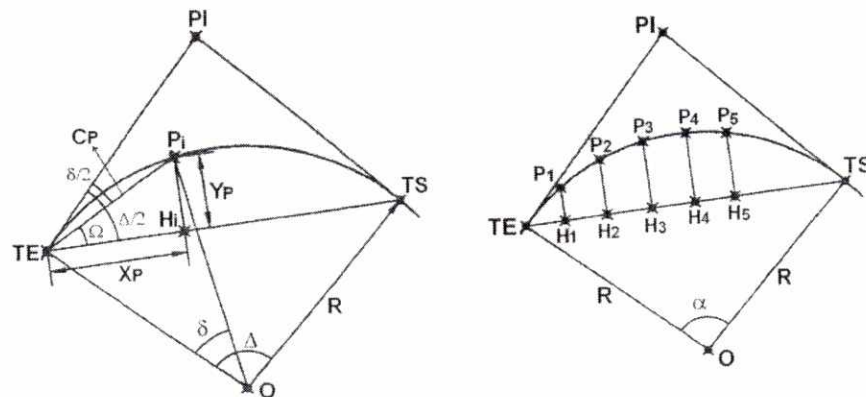
**1RO. ABSCISAS Y ORDENADAS SOBRE LA SEMITANGENTE:** se estaciona un teodolito en la tangente de entrada (TE) y se visa el punto de intersección (PI), luego se miden las distancias XH sobre la semitangente. Luego se hace estación en Hi se visa nuevamente PI, se mide un ángulo de  $90^\circ$  y se mide la distancia YP.



Los elementos para el replanteo se calculan:

$\delta = \frac{200 \text{ CP}}{\pi R}$	$\text{CP} = 2 R \text{ sen} \frac{\delta}{2}$	$X_P = R \text{ sen} \delta$	$Y_P = R (1 - \cos \delta)$
---	--	------------------------------	-----------------------------

**2DO. ABCISAS Y ORDENADAS SOBRE LA CUERDA:** en este caso es la cuerda la que sirve para el replanteo. Se estaciona el teodolito en TE y se visa TS, entonces se mide la distancia XP, marcando el punto Hi. Se estaciona luego el instrumento en Hi se visa TE y se miden  $90^\circ$ , para medir desde allí YP, con lo que obtiene Pi.



Los elementos para el replanteo se calculan:

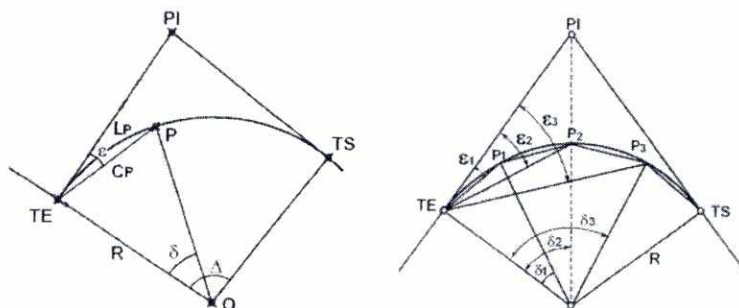
$\text{CP} = 2 R \text{ sen} \frac{\delta}{2}$	$\Omega = \frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}$	$X_P = \text{CP} \cos \Omega$	$Y_P = \text{CP} \text{ sen} \Omega$
--	--	-------------------------------	--------------------------------------

**VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LOS MÉTODOS:** son de aplicación sencilla, se pueden utilizar en cualquier parte de la curva (cóncava o convexa). Son lentos exigen el estacionamiento del instrumento en cada punto.

## 2. REPLANTEO POR DEFLEXIONES ANGULARES

Este es uno de los métodos más comunes, en él se puede utilizar teodolito para medir los ángulos de deflexión y cinta para las distancias, o estación total para medir ambos.

Se estaciona el instrumento en TE y se visa PI donde se hace  $0^\circ$ , se van imponiendo los ángulos de deflexión  $\epsilon_i$  y las distancias  $CP_i$ , para ir colocando los puntos  $P_i$ .



Los elementos para el replanteo se calculan:

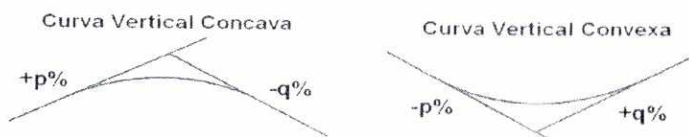
$\delta = \frac{LP}{\pi}$	$\epsilon = \frac{\delta}{2}$	$CP = 2 R \operatorname{sen} \frac{\delta}{2}$
---------------------------	-------------------------------	--

**VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL MÉTODO:** es muy rápido, requiere una sola estación. El inconveniente depende del instrumento para medir distancias, en caso usar de cinta estará limitado por su longitud. Si se utiliza una estación total estos inconvenientes se subsanan.

### 9.10.6. Tipos y elementos de una Curva Vertical

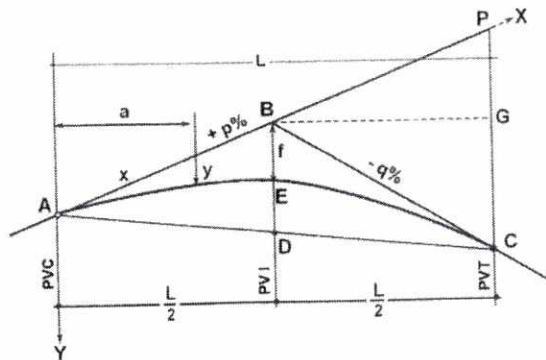
Las curvas que se usan para proporcionar un cambio suave entre el cambio de pendiente de una rasante, en una vía, se denomina curva vertical y son arcos de parábolas en vez de curvas circulares.

Existen dos tipos de curvas verticales según sea el signo de las pendientes: curvas verticales cóncavas y curvas verticales convexas.



Los elementos de una curva vertical son:

**PVC** = Tangente de entrada: A  
**PVT** = Tangente de salida: C  
**PVI** = Punto de intersección: B  
**L** = Longitud de la curva: A-C  
**+p%** = Pendiente de entrada  
**-q%** = Pendiente de salida  
**y** = Cota de la curva  
**a** = Ordenada de la curva  
**f** =  $\Delta H$  entre PVI y la parábola



### 9.10.7. Trazado de Curvas Verticales

El cálculo de la curva vertical simple se efectúa partiendo de tres propiedades de la parábola:

1. La línea que une el punto medio D de una cuerda AC de una parábola con el punto B – punto de intersección de las tangentes – es bisecada por la parábola misma E. Así  $BE = ED$ .
2. Las distancias que hay entre la tangente y la parábola son proporcionales a los cuadrados de las distancias que las separan del punto de tangencia.
3. El régimen de cambio de curvatura de una parábola varía en forma directamente proporcional a la distancia.

La ecuación de una parábola referida a una tangente, como eje x, y la vertical Y es:  $Y = ax^2$

Por propiedades de la parábola:  $BE = ED$  y  $AD = DC$ . Se acostumbra tomar por longitud de la curva  $AC = L$ .

El triángulo ABD es semejante al AFC, luego:  $\frac{BD}{FC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$

De donde:  $BD = \frac{(FG + GC)}{2}$

Pero  $FG = \frac{L}{2} \times p\%$  y  $GC = -\frac{L}{2} \times q\%$ . Llamando  $BD = 2f$

Se tiene:

$f = (p\% - q\%) \frac{L}{8}$	$Y = 4f \left( \frac{a}{L} \right)^2$
-------------------------------	---------------------------------------

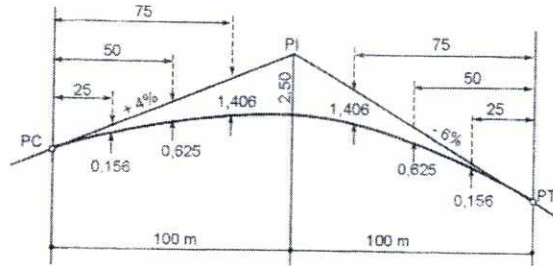


Por medio de estas dos ecuaciones puede localizarse una curva vertical.

Ejemplo: Cálculo de los elementos de la curva vertical

$$F = (0,04 - (-0,06)) \times \frac{200}{8}$$

$$F = \frac{0,1 \times 200}{8} = 2,50 \text{ m}$$



$F_i$	$4 \times f_i$	$a_i$	$(a_i / L)^2$	$Y_i$
2,50	$4 \times 2,50 = 10,00$	25,00	$(25/200)^2 = 0,02$	0,16 m
2,50	$4 \times 2,50 = 10,00$	50,00	$(50/200)^2 = 0,06$	0,63 m
2,50	$4 \times 2,50 = 10,00$	75,00	$(75/200)^2 = 0,14$	1,41 m
2,50	$4 \times 2,50 = 10,00$	100,00	$(100/200)^2 = 0,25$	2,50 m

### 9.11. LEVANTAMIENTOS DE OBRA TERMINADA

Los levantamientos de obra terminada se realizan al concluir el proyecto de construcción, con objeto de proporcionar las posiciones y dimensiones de los elementos del proyecto en la forma que realmente se construyeron. Estos levantamientos, además de constituir un registro de lo construido, también son una revisión para verificar si el trabajo se efectuó de conformidad con los planos de diseño. Los puntos de control que sirvieron para la ejecución del proyecto se revisan, reajustan y reemplazan de ser necesario.

Se elabora un plano detallado con base a los puntos de control donde se indican todas las modificaciones que ocurrieron durante la construcción.

El instrumento para el levantamiento preferiblemente será una estación total, por las ventajas en la rapidez y precisión en las mediciones. En caso de ser necesario se realizará un nivel laser para revisar los niveles en obras de drenaje y nivelaciones de entre pisos.

El levantamiento de obra terminada es un documento muy importante que debe guardarse para su uso posterior en reparaciones, modificaciones y control.

## **ANEXOS – PRACTICAS DE TOPOGRAFIA**

Practica N° 1: Medición de Distancias y Ángulos

Practica N° 2: Levantamiento Parcelario

Practica N° 3: Poligonal e Intersección Directa

Practica N° 4: Nivelación





UNIVERSIDAD SANTA MARIA  
NÚCLEO ORIENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA – MAT. TOPOGRAFIA

## PRACTICA DE MEDICIONES ANGULARES Y DISTANCIAS

Fecha. \_\_\_\_\_

Grupo N° \_\_\_\_\_

### MEDICION DE DISTANCIAS

Distancias con cinta: 30 + 30 + 30 + 19,370

Distancias (DH) con mira: HS - HM = HM - HI

P.V.	ANGULO ZENITAL: $\phi$	HILO SUPER: HS	HILO MEDIO: HM	HILO INFER: HI
1	89° 29' 12"	1,800	1,650	1,500
2	89° 12' 06"	2,200	1,900	1,600
3	89° 10' 18"	2,600	2,150	1,700
4	89° 47' 06"	1,500	0,950	0,400
5				

$$DH = 100 \times L \times (\cos \alpha)^2 \quad \text{donde: } L = HS - HI \quad \text{y} \quad \alpha = 90^\circ - \phi$$

### MEDICION DE SERIE ANGULAR

P.V.	POSICION DIRECTA	POSICION INVERSA
1	00° 30' 10"	180° 30' 46"
2	106° 06' 34"	286° 06' 43"
3	172° 13' 30"	352° 13' 42"
4	242° 23' 42"	62° 24' 04"
5		



## Practica N° 1: Medición de Distancias y Ángulos

### 1. Medición de distancias con cinta y mira vertical

Tramo	Acumulado	Dist.Mira	Diferencia
30,000 m	30,000 m	29,998 m	0,002 m
30,000 m	60,000 m	59,988 m	0,012 m
30,000 m	90,000 m	89,981 m	0,019 m
19,370 m	109,370 m	109,998 m	-0,628 m
109,370 m			

Lectura de Hilos				Angulo		Ang. Elevación			Distancia
Tr.	H. S.	H. M.	H. I.	Vertical	$\varphi$	$\alpha = 90^{\circ} - \varphi$			Horiz. m
1	1,800	1,650	1,500	89°	29' 12"	0°	30' 48"		29,998
2	2,200	1,900	1,600	89°	12' 06"	0°	47' 54"		59,988
3	2,600	2,150	1,700	89°	10' 18"	0°	49' 42"		89,981
4	1,500	0,950	0,400	89°	47' 06"	0°	12' 54"		109,998

$$\text{Tr.1} = 100 \times (1,800 - 1,500) \times (\cos 0^\circ 30' 48'')^2 = 29,998 \text{ m}$$

$$\text{Tr.2} = 100 \times (2,200 - 1,600) \times (\cos 0^\circ 47' 54'')^2 = 59,988 \text{ m}$$

$$\text{Tr.3} = 100 \times (2,600 - 1,700) \times (\cos 0^\circ 49' 42'')^2 = 89,981 \text{ m}$$

$$\text{Tr.4} = 100 \times (1,500 - 0,400) \times (\cos 0^\circ 12' 54'')^2 = 109,998 \text{ m}$$

### 2. Calculo de la serie angular

POSICION DIRECTA				POSICION INVERSA				PROMEDIO				REDUCIDO			
PTO	°	'	''	°	'	''		°	'	''		°	'	''	
1	0	30	10	180	30	46		0	30	28		0	0	0	
2	106	6	34	286	6	43		106	6	39		105	36	11	
3	172	13	30	352	13	42		172	13	36		171	43	8	
4	242	23	42	62	24	4		242	23	53		241	53	25	

ANG. INTERNOS			
PTO	°	'	''
1-2	105	36	11
2-3	66	6	57
3-4	70	10	17
4-5	118	6	35
$\Sigma$	360	0	0



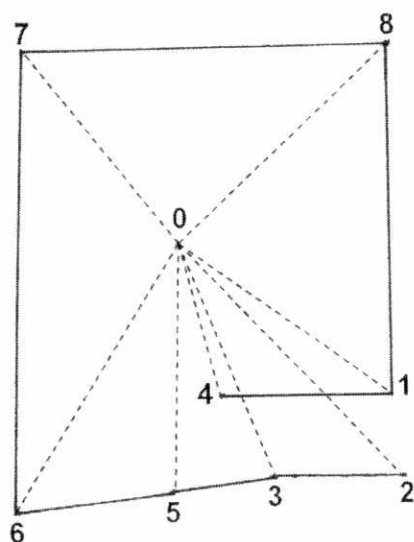
UNIVERSIDAD SANTA MARIA  
NÚCLEO ORIENTE  
FACULTAD DE INGENIERIA – MAT. TOPOGRAFIA

### PRACTICA DE LEVANTAMIENTO PARCELARIO

Fecha: \_\_\_\_\_ Grupo N° \_\_\_\_\_

	NORTE	ESTE	COTA
EST. 0	751,00	533,00	26,87
1	732,00	552,00	

P.V.	ANGULO HORIZONTAL $\alpha$			ANGULO ZENITAL $\varphi$			HILO SUPER.	HILO MEDIO	HILO INFER
	°	'	"	°	'	"	HS	HM	HI
1	0	0	6	88	34	30	2,000	1,873	1,749
2	6	50	30	89	42	30	3,400	3,240	3,080
3	21	59	12	89	54	24	1,800	1,658	1,518
4	28	23	18	88	3	42	1,900	1,795	1,690
5	31	42	6	87	40	0	2,300	2,160	2,018
6	55	28	18	88	19	48	1,700	1,534	1,370
7	192	16	00	90	16	36	2,400	2,250	2,099
8	248	13	42	91	24	54	1,700	1,548	1,392



**Practica N° 2: Levantamiento Parcelario**

Pto.	Norte	Este
P0	751,00	533,00
P1	732,00	552,00

°	'	"	
135	0	0	Azimut P0-P1
		26,87	Dist. P0-P1

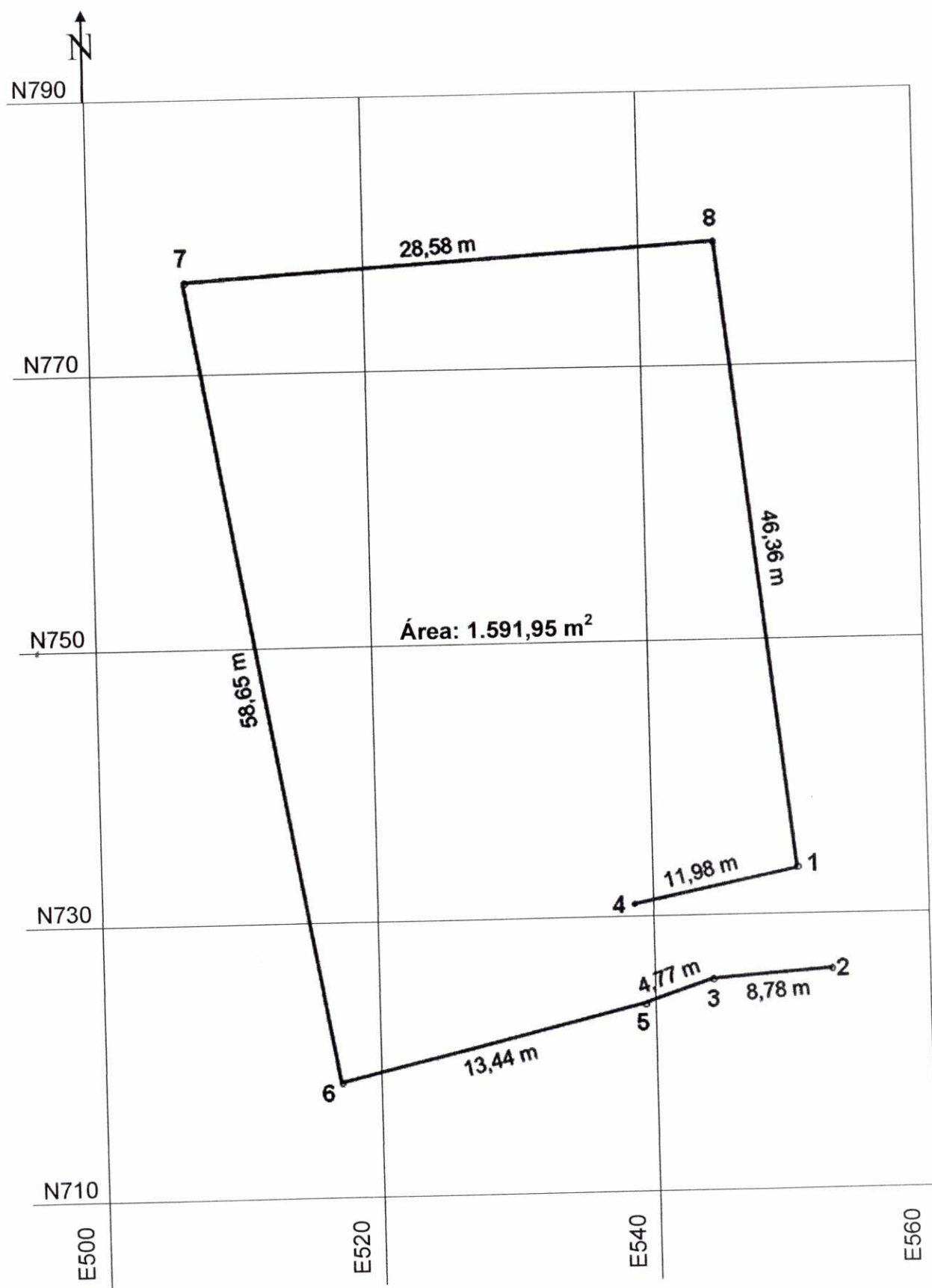
	ANGULO ZENITAL $\varphi$			ANG. ELEVACION $\alpha = 90 - \varphi$			HILO SUPER.	HILO MEDIO	HILO INFER	DIFER. HILOS	DIST. HORIZ.
P.V.	°	'	"	°	'	"	HS	HM	HI	L=HS-HI	$100 \times L \times \cos^2 \alpha$
1	88	34	30	1	25	30	2,000	1,873	1,749	0,251	25,084
2	89	42	30	0	17	30	3,400	3,240	3,080	0,320	31,999
3	89	54	24	0	5	36	1,800	1,658	1,518	0,282	28,200
4	88	3	42	1	56	18	1,900	1,795	1,690	0,210	20,976
5	87	40	0	2	19	60	2,300	2,160	2,018	0,282	28,153
6	88	19	48	1	40	12	1,700	1,534	1,370	0,330	32,972
7	90	16	36	-0	16	36	2,400	2,250	2,099	0,301	30,099
8	91	24	54	-1	24	54	1,700	1,548	1,392	0,308	30,781

	ANGULO HORIZ..			AZIMUT			DIST	PROYECCIONES		COORDENADAS	
EST.	°	'	"	°	'	"		NORTE	ESTE	NORTE	ESTE
P0				135	0	0				751,00	533,00
1	0	0	6	135	0	6	25,08	-17,74	17,74	733,26	550,74
2	6	50	30	141	50	30	32,00	-25,16	19,77	725,84	552,77
3	21	59	12	156	59	12	28,20	-25,95	11,03	725,05	544,03
4	28	23	18	163	23	18	20,98	-20,10	6,00	730,90	539,00
5	31	42	6	166	42	6	28,15	-27,40	6,48	723,60	539,48
6	55	28	18	190	28	18	32,97	-32,42	-5,99	718,58	527,01
7	192	16	0	327	15	60	30,10	25,31	-16,28	776,31	516,72
8	248	13	42	23	13	42	30,78	28,29	12,14	779,29	545,14

	LINDEROS
1-4	11,98
2-3	8,78
3-5	4,77
5-6	13,44
6-7	58,65
7-8	28,58
8-1	46,36
1-2	7,70

PTO	NORTE	ESTE	Ni x Ei+1	Ei x Ni+1
1	733,26	550,74		
2	725,84	552,77	405.328,97	399.749,14
3	725,05	544,03	394.878,18	400.786,12
5	723,60	539,48	391.147,71	393.660,26
6	718,58	527,01	381.347,87	387.657,40
7	776,31	516,72	371.300,57	409.127,81
8	779,29	545,14	423.199,74	402.670,56
1	733,26	550,74	429.183,40	399.731,22
			2.796.386,43	2.793.382,51

$$\text{Area} = \frac{2.796.386,43 - 2.793.382,51}{2} = 1.501,96 \text{ m}^2$$

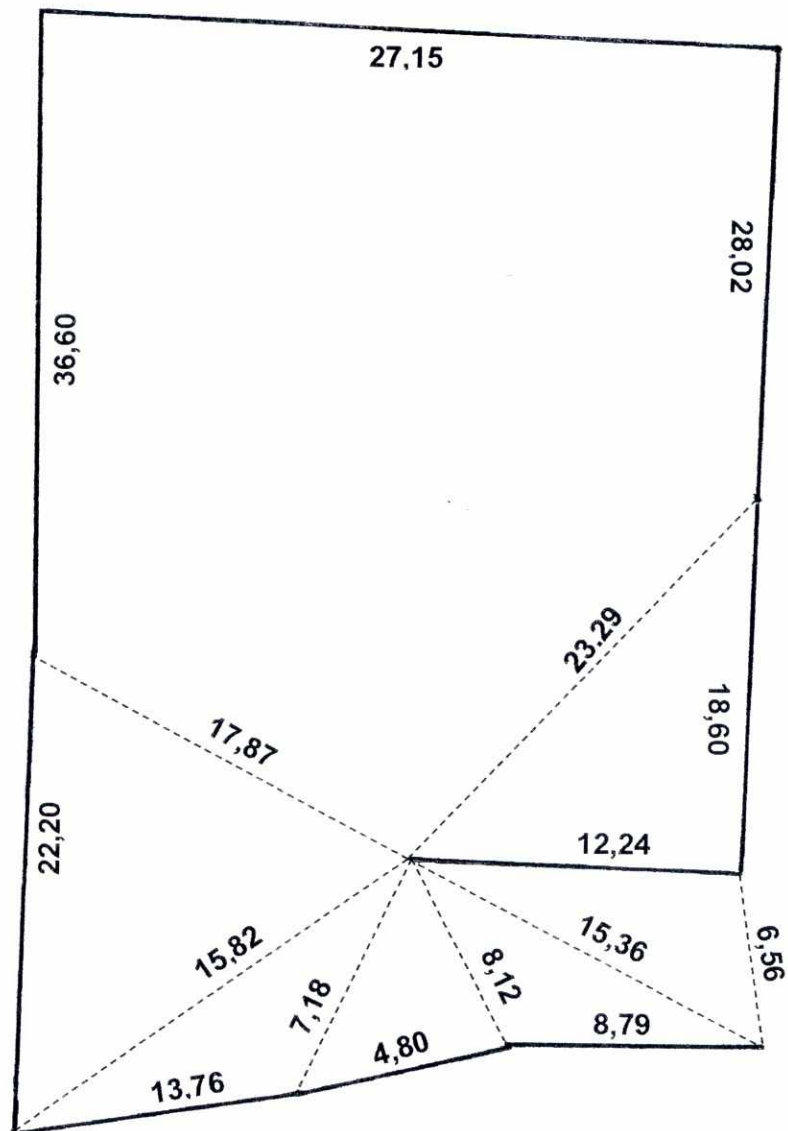


Escala 1:400



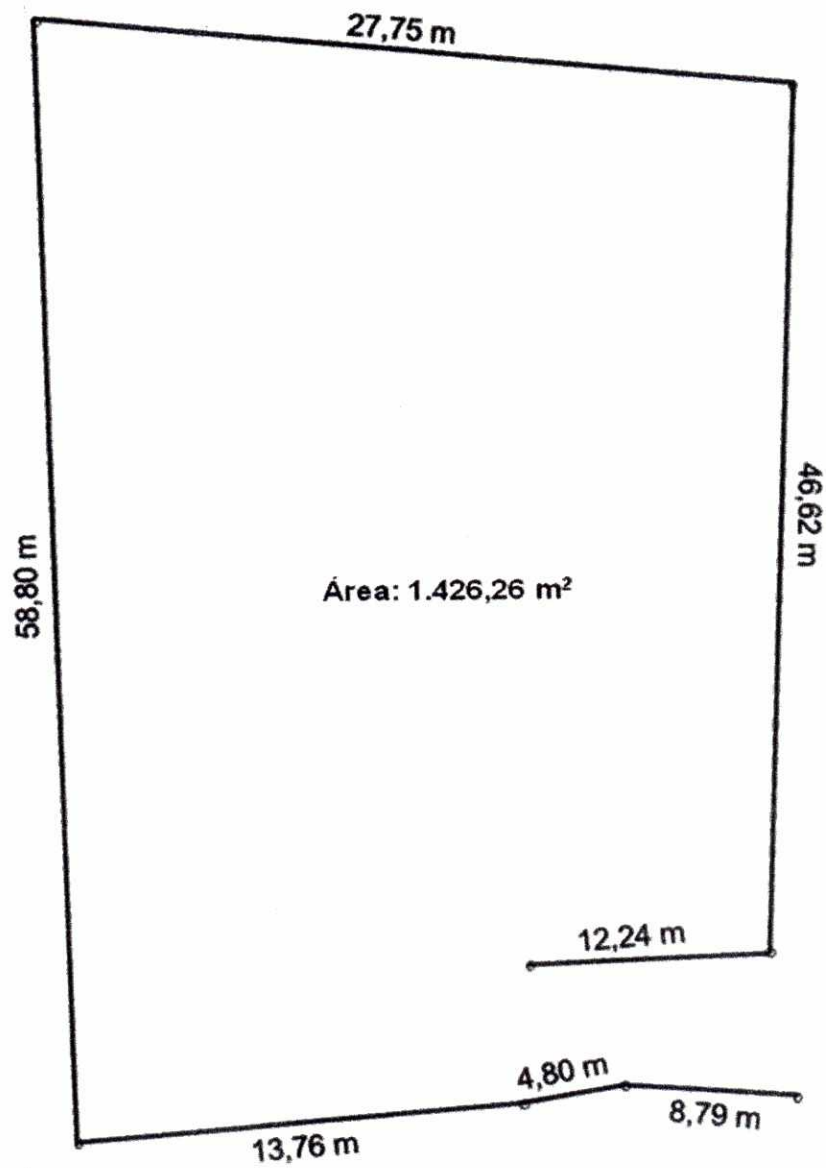
## LEVANTAMIENTO DE PARCELA CON CINTA

Croquis con las mediciones de campo



## MEDICION DE PARCELA CON CINTA

Dibujo a escala



Escala 1:400





UNIVERSIDAD SANTA MARIA - NÚCLEO ORIENTE  
FACULTAD DE INGENIERIA - MAT. TOPOGRAFIA

## PRACTICA DE LA POLIGONAL CERRADA

Fecha. \_\_\_\_\_

Grupo N° \_\_\_\_\_

Pto.	NORTE	ESTE
P1	910,00	715,00

AZ.: 1 a 2	80° 20' 30"
------------	-------------

Estación: P1			
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa	
P4	00° 00' 30"	179° 59' 18"	Distancia
P3	266° 36' 42"	86° 35' 18"	66,76 m

Estación: P2			
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa	
P1	00° 00' 54"	180° 01' 42"	Distancia
P3	279° 46' 36"	99° 46' 24"	54,74 m

Estación: P3			
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa	
P2	00° 00' 48"	180° 00' 52"	Distancia
P4	233° 32' 36"	53° 32' 16"	72,22 m

Estación: P4			
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa	
P3	00° 00' 30"	180° 00' 00"	Distancia
P1	300° 05' 54"	120° 054' 42"	85,64 m



### Practica N° 3: Poligonal e Intersección Directa

#### 1. Poligonal

Calculo de los ángulos internos y las distancias

EST.	POSICION		
P1	DIRECTA		
PTO	°	'	"
P4	0	0	30
P2	266	36	42
Dif.	266	36	12

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
179	59	18
86	35	18
266	36	0

Dist. P1 - P2: 66,76		
PROMEDIO		
°	'	"
266	36	6

EST.	POSICION		
P2	DIRECTA		
PTO	°	'	"
P1	0	0	54
P3	279	46	36
Dif.º	279	45	42

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
180	1	42
99	46	24
279	44	42

Dist. P2- P3: 54,74		
PROMEDIO		
°	'	"
279	45	12

EST.	POSICION		
P3	DIRECTA		
PTO	°	'	"
P2	0	0	48
P4	233	32	36
Dif.	233	31	48

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
180	0	52
53	32	16
233	31	24

Dist. P3 - P4: 72,22		
PROMEDIO		
°	'	"
233	31	36

EST.	POSICION		
P4	DIRECTA		
PTO	°	'	"
P3	0	0	30
P1	300	5	54
Dif.	300	5	24

POSICION		
INVERSA		
°	'	"
180	0	0
120	5	42
300	5	42

Dist. P4 - P1: 85,64		
PROMEDIO		
°	'	"
300	5	33

### Calculo de la poligonal cerrada

	°	'	"
Azimet de 1 A 2	80	20	30

PUNTO	NORTE	ESTE
1	910,000	715,000

EST.	ANG. MED.			COR. ANG. Cα	ANG. CORR.			AZIMUT : AZ		
	αi med				αi corr. = αi med + Cα			Azi = AZ i-1+αi -180		
	°	'	"		°	'	"	°	'	"
1							80	20	30	
2	279	45	12	23	279	45	35	180	6	5
3	233	31	36	23	233	31	59	233	38	4
4	300	5	33	23	300	5	56	353	44	1
1	266	36	6	23	266	36	29	80	20	30
	1079	58	27		1080	0	0			

$$\text{Error angular} = 1079^{\circ} 58' 27'' - 1080^{\circ} = -93''$$

$$\text{Corr. Angular} = \frac{93^{\circ}}{4} = 23''$$

AZIMUT : AZ	DIST. HORIZ. D	PROYECCIONES		PROY. CORR.		COORDENADAS	
		NORTE: ΔN	ESTE: ΔE	NORTE: ΔN	ESTE: ΔE	NORTE	ESTE
		Di x CosAZi	Di x SenAZi	[ΔN] x CN + ΔN	[ΔE] x CE + ΔE	Ni = Ni-1 + ΔNi	Ei = Ei-1 + ΔEi
80 20 30	66,76	11,20	65,81	11,27	66,69	910,00	715,00
180 6 5	54,74	-54,74	-0,10	-54,39	-0,10	921,27	781,69
233 38 4	72,22	-42,82	-58,16	-42,55	-57,38	866,88	781,60
353 44 1	85,64	85,13	-9,35	85,67	-9,22	824,33	724,22
80 20 30						910,00	715,00
Error fΔ = ΣΔi		-1,233	-1,786	0,000	0,000		
Σ[ΔNi] →		193,890	133,414	<-- Σ[ΔEi]			
CN = -f ΔNi / Σ[ΔNi] →		0,006358	0,013389	<-- CE = -f ΔEi / Σ[ΔEi]			





UNIVERSIDAD SANTA MARIA  
NÚCLEO ORIENTE  
FACULTAD DE INGENIERIA – MAT. TOPOGRAFIA

### PRACTICA INTERSECCION DIRECTA ANGULAR

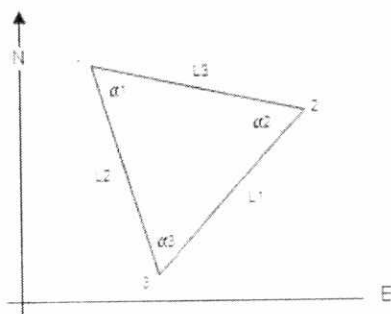
Fecha. \_\_\_\_\_

Grupo N° \_\_\_\_\_

Pto.	NORTE	ESTE
1	883,00	712,00
2	880,00	745,00

Est.	1	
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa
3	00° 00' 50"	180° 00' 48"
2	80° 16' 30"	260° 16' 45"

Est.	2	
Pto Visado	Posición Directa	Posición Inversa
1	00° 00' 50"	180° 01' 05"
3	59° 39' 59"	239° 39' 59"





## 2. Intersección directa

### Medición de ángulos

EST.	POSICION DIRECTA		
1	°	'	"
PTO			
3	0	0	50
2	80	16	30
Dif.	80	15	40

POSICION INVERSA		
°	'	"
180	0	48
260	16	45
80	15	57

PROMEDIO		
°	'	"
80	15	48

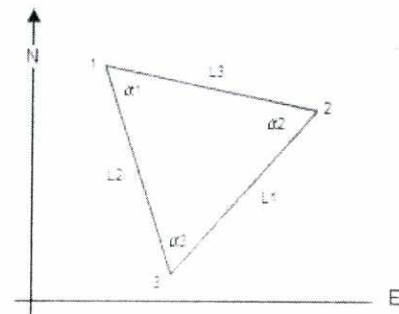
EST.	POSICION DIRECTA		
2	°	'	"
PTO			
1	0	0	50
3	59	39	59
Dif.	59	39	26

POSICION INVERSA		
°	'	"
180	1	5
239	39	59
59	38	54

PROMEDIO		
°	'	"
59	39	2

Coordenadas		
Pto.	Norte	Este
1	883,00	712,00
2	880,00	745,00
3	?	?
L1	=	33,136 m

	Angulos Internos		
	°	'	"
$\alpha_1$	80	15	48
$\alpha_2$	59	39	2
$\alpha_3$	40	5	10
$\Sigma \alpha$	180	0	0



Calculo del ángulo  $\alpha_3 = 180^\circ - (\alpha_2 + \alpha_1)$

$$\alpha_3 = 180^\circ - (80^\circ 15' 48'' + 59^\circ 39' 02'') = 40^\circ 05' 10''$$

Calculo de los lados

$$L_3 = \sqrt{(880,00 - 883,00)^2 + (745,00 - 712,00)^2} \rightarrow L_3 = 33,136 \text{ m}$$

$$\frac{L_1}{\text{Sen } 1} = \frac{L_3}{\text{Sen } 3} \rightarrow L_1 = L_3 \times \frac{\text{Sen } 1}{\text{Sen } 3}$$

$$\text{Lado1} = 33,14 \text{ m} \times \frac{\text{Sen } 80^\circ 15' 48''}{\text{Sen } 40^\circ 05' 10''} = 33,14 \times 1,530575 = 50,717 \text{ m}$$

$$\frac{L2}{\text{Sen } 2} = \frac{L1}{\text{Sen } 3} \rightarrow L2 = L1 \times \frac{\text{Sen } 2}{\text{Sen } 3}$$

$$\text{Lado 2} = 33,14 \times \frac{\text{Sen } 59^{\circ} 39' 01''}{\text{Sen } 40^{\circ} 05' 10''} = 33,14 \times 1,340126 = 44,407 \text{ m}$$

Calculo de los azimuts

$$AZ_{1-2} = \text{Arctg} \frac{33,00}{-3,00} = -84^{\circ} 48' 20'' \rightarrow AZ_{1-2} = 95^{\circ} 11' 40''$$

$$AZ_{2-1} = AZ_{1-2} + 180^{\circ} = 95^{\circ} 11' 40'' + 180^{\circ} \rightarrow AZ_{2-1} = 275^{\circ} 11' 40''$$

$$AZ_{2-3} = AZ_{2-1} - \alpha_2 = 275^{\circ} 11' 40'' - 59^{\circ} 39' 01'' \rightarrow AZ_{2-3} = 215^{\circ} 32' 38''$$

$$AZ_{1-3} = AZ_{1-2} + \alpha_1 = 95^{\circ} 11' 40'' + 80^{\circ} 15' 48'' \rightarrow AZ_{1-3} = 175^{\circ} 27' 28''$$

Calculo de las coordenadas de P3 desde P2

$$\text{Norte } 3 = \text{Norte } 2 + L1 \times \text{Cos } AZ_{2-1}$$

$$\text{Norte } 3 = 880,00 + 50,72 \times \text{Cos } 215^{\circ} 32' 38'' \rightarrow \text{Norte } 3 = 838,73$$

$$\text{Este } 3 = \text{Este } 2 + L1 \times \text{Seno } AZ_{2-1}$$

$$\text{Este } 3 = 745,00 + 50,72 \times \text{Seno } 215^{\circ} 32' 38'' \rightarrow \text{Este } 3 = 715,52$$

Calculo de las coordenadas de P3 desde P1

$$\text{Norte } 3 = \text{Norte } 1 + L2 \times \text{Cos } AZ_{1-3}$$

$$\text{Norte } 3 = 883,00 + 44,41 \times \text{Cos } 175^{\circ} 27' 28'' \rightarrow \text{Norte } 3 = 838,73$$

$$\text{Este } 3 = \text{Este } 1 + L2 \times \text{Seno } AZ_{1-3}$$

$$\text{Este } 3 = 712,00 + 44,41 \times \text{Seno } 175^{\circ} 27' 28'' \rightarrow \text{Este } 3 = 715,52$$





UNIVERSIDAD SANTA MARIA  
NÚCLEO ORIENTE  
FACULTAD DE INGENIERIA - Mat: Topografía

## PRACTICA DE NIVELACION

Grupo N° \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

### 1. PERFIL LONGITUDINAL

BM-S.M.: 35,000 MSNM

IDA				VUELTA			
Prog.	Lect. Atrás	Lect. Interm.	Lect. Delant.	Prog.	Lect. Atrás	Lect. Interm.	Lect. Delant.
0+000	1,708			0+116	1,205		
0+020		1,590		0+100		1,310	
0+040		1,510		0+080		1,380	
0+060		1,555		0+060		1,552	
0+080		1,390		0+040		1,505	
0+100		1,310		0+020		1,590	
0+116			1,200	0+000			1,705

### 2. NIVELACION DE CIRCUITO CERRADO

BM-S.M.: 45,000 MSNM

Estac.	Lect. Atrás	Lect. Delant.
P1	1,900	
P2	1,590	1,157
P3	1,408	1,281
P4	1,102	1,621
P5	1,310	1,698
P1		1,543



---

**3. NIVELACION DE BASES****BM-S.M.: 20,000 MSNM**

Prog.	Lect. Atrás	Lect. Interm.	Lect. Delant.
BM	1,454		
A-1		1,470	
A-2		1,268	
A-3		1,340	
B-3		0,862	
B-2		0,941	
B-1			1,050

## Practica N° 4: Nivelación

### 1. Perfil Longitudinal

Ida

P.V	LECT. ATRAS	LECT. INTER	LECT. DELANT	DIFERENCIA DE LECTURAS	DIFER. ALTU	DIF. ALT. PROM.	COTAS
0+000	1,708						35,000
0+020		1,590		1,708 – 1,590	0,118	0,117	35,117
0+040		1,510		1,590 – 1,510	0,080	0,083	35,083
0+060		1,555		1,510 – 1,555	-0,045	-0,046	34,954
0+080		1,390		1,555 – 1,390	0,165	0,169	35,169
0+100		1,310		1,390 – 1,310	0,080	0,075	35,075
0+116			1,200	1,310 – 1,200	0,110	0,108	35,108
					0,508		

Vuelta

ESTA	LECT. ATRAS	LECT. INTER	LECT. DELANT	DIFERENCIA DE LECTURAS	DIFER. ALTU
0+116	1,205				
0+100		1,310		1,205 – 1,310	-0,105
0+080		1,380		1,310 – 1,380	-0,070
0+060		1,552		1,380 – 1,552	-0,172
0+040		1,505		1,552 – 1,505	0,047
0+020		1,590		1,505 – 1,590	-0,085
0+000			1,705	1,590 – 1,705	-0,115
					-0,500

$\Delta h$ IDA	$\Delta h$ VUELTA		$\Delta h$ Prom.
0,118	-0,115	$(0,118 + 0,115) \div 2$	0,117
0,080	-0,085	$(0,080 + 0,085) \div 2$	0,083
-0,045	0,047	$(-0,045 - 0,047) \div 2$	-0,046
0,165	-0,172	$(0,165 + 0,172) \div 2$	0,169
0,080	-0,070	$(0,080 + 0,070) \div 2$	0,075
0,110	-0,105	$(0,110 + 0,105) \div 2$	0,108

## 2. Nivelación de un circuito cerrado

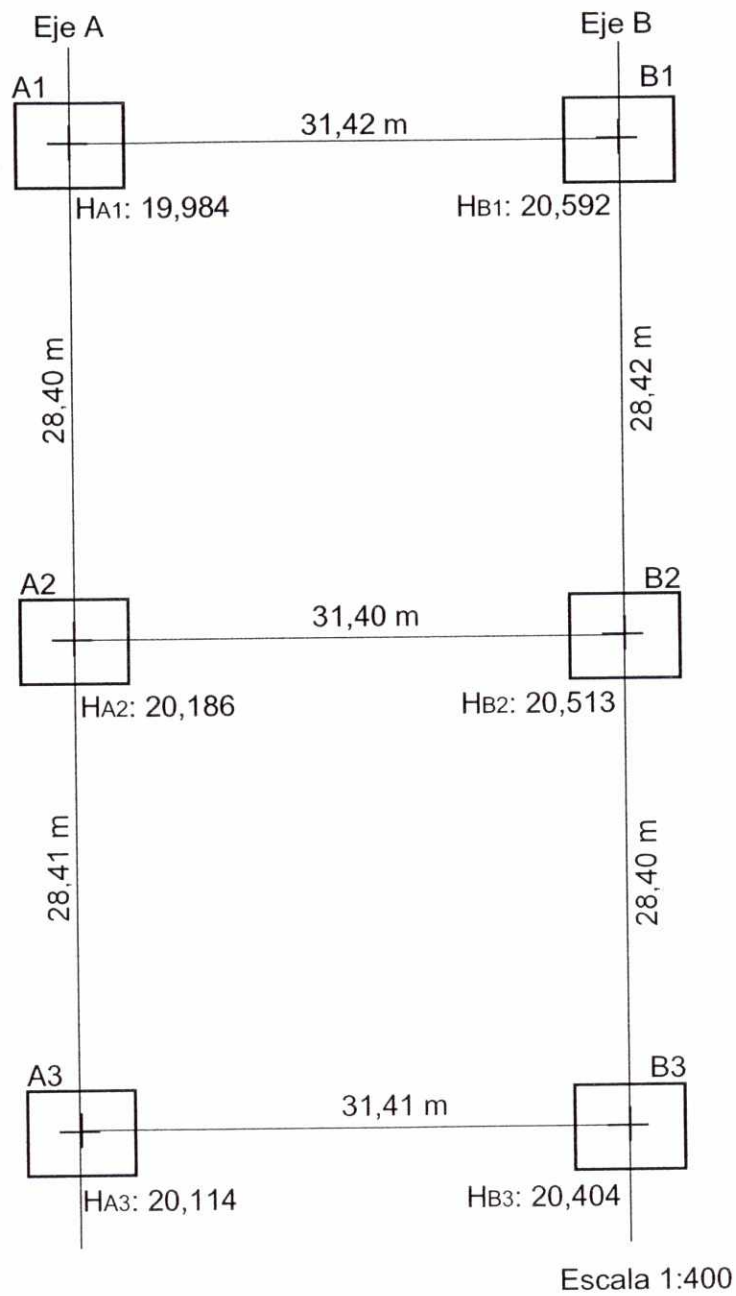
P.V.	LECT. ATRAS	LECT. ADEL	DIFER. ALTU	CORRECCION A DIF. ALT.	DIF. ALT. CORR.	COTAS
P1	1,900					45,000
P2	1,590	1,157	0,743	-0,002 + 0,743	0,741	45,741
P3	1,408	1,281	0,309	-0,002 + 0,309	0,307	46,048
P4	1,102	1,621	-0,213	-0,002 - 0,213	-0,215	45,833
P5	1,310	1,698	-0,596	-0,002 - 0,596	-0,598	45,235
P1		1,543	-0,233	-0,002 - 0,233	-0,235	45,000
			0,010		0,000	

$$\text{Corrección} = \frac{-0,010}{5} = -0,002$$

## 3. Nivelación de bases

P.V.	LECT. ATRAS	LECT. INTER	LECT. DELANT	DIFERENCIA DE LECTURAS	DIFER. ALTU	COTAS
BM	1,454					20,000
A-1		1,470		1,454 - 1,470	-0,016	19,984
A-2		1,268		1,454 - 1,268	0,186	20,186
A-3		1,340		1,454 - 1,340	0,114	20,114
B-3		0,862		1,454 - 0,862	0,592	20,592
B-2		0,941		1,454 - 0,941	0,513	20,513
B-1			1,050	1,454 - 1,050	0,404	20,404

## NIVELACION DE BASES





A diagram of a zigzag line with 10 vertices and 9 segments, representing a path in a graph. The vertices are marked with black dots, and the segments are straight lines connecting them. The path starts at the top, goes down-right, up-right, down-left, up-right, down-left, up-right, down-left, up-right, and finally down-left to the bottom.

## PROGRESIVA

000+0

0+020

0+040

090+0

080+0

 $0+100$ 

0+116

## Factores de conversión

### Longitud

- 1 milímetro (mm) = 1000 micrómetros ( $\mu\text{m}$ )
- 1 centímetro (cm) = 10 mm
- 1 metro (m) = 100 cm
- 1 m = 39.37 pulgadas (plg) [pie estadounidense para topografía]
- 1 m = 3.280833333 pies [pie estadounidense para topografía]
- 1 kilómetro (km) = 1000 m
- 1 km = 0.62137 milla
- 1 pulgada (plg) = 25.4 mm *exactamente* [pie internacional]
- 1 pie = 304.8 mm *exactamente* [pie internacional]
- 1 m = 3.280839895 pies [pie internacional]
- 1 milla = 5280 pies
- 1 milla náutica = 6,076.10 pies = 1852 m
- 1 pértiga = 1 vara = 1 percha = 16.5 pies
- 1 cadena de Gunter (cd) = 66 pies = 4 pértigas
- 1 milla = 80 cd
- 1 vara = aproximadamente 33 pulgadas en México y California y 33-1/3 pulgadas en Texas
- 1 braza = 6 pies

### Volumen

- 1 m<sup>3</sup> = 35.31 pies<sup>3</sup>
- 1 yd<sup>3</sup> = 27 pies<sup>3</sup> = 0.7646 m<sup>3</sup>
- 1 litro = 0.264 gal [estadounidense]
- 1 litro = 0.001 m<sup>3</sup>
- 1 galón [estadounidense] = 3.785 litros
- 1 pie<sup>3</sup> = 7.481 gal [estadounidense]
- 1 galón [imperial] = 4.546 litros = 1.201 galones [estadounidense]

### Área

- 1 mm<sup>2</sup> = 0.00155 plg<sup>2</sup>
- 1 m<sup>2</sup> = 10.76 pies<sup>2</sup>
- 1 km<sup>2</sup> = 247.1 acres
- 1 hectárea (ha) = 2.471 acres
- 1 acre = 43,560 pies<sup>2</sup>
- 1 acre = 10 cd<sup>2</sup>, es decir, 10(66 pies  $\times$  66 pies)
- 1 acre = 4046.9 m<sup>2</sup>
- 1 pie<sup>2</sup> = 0.09290 m<sup>2</sup>
- 1 pie<sup>2</sup> = 144 plg<sup>2</sup>
- 1 plg<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>
- 1 milla<sup>2</sup> = 640 acres (sección normal)

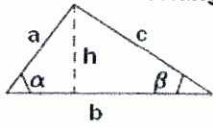
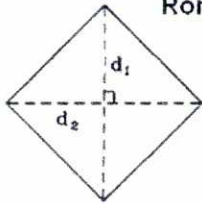

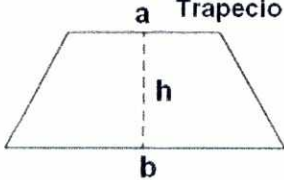
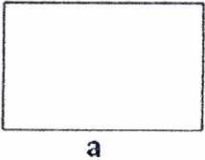
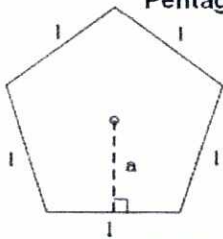
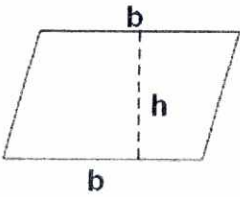
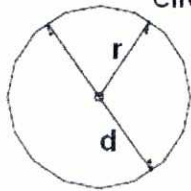
### Ángulos

- 1 revolución = 360 grados =  $2\pi$  radianes
- 1° (grado) = 60' (minutos)
- 1' = 60" (segundos)
- 1° = 0.017453292 radián
- 1 radián = 57.29577951° = 57°17'44.806"
- 1 radián = 206,264.8062"
- 1 revolución = 400 grados centesimales (también llamados gons)
- $\tan 1'' = \sin 1'' = 0.000004848$
- $\pi = 3.141592654$

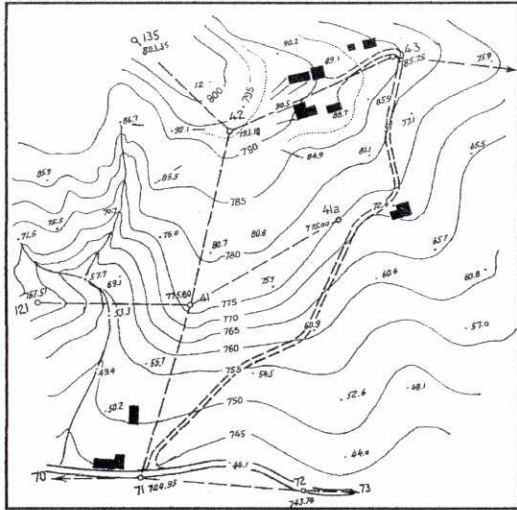
### Otras conversiones

- 1 gramo (g) = 0.035 oz
- 1 kilogramo (kg) = 1000 g = 2.20 lb
- 1 ton = 2000 lb = 2 kips (kilolibra o kilopound) = 907 kg
- 1 m/s = 3.28 pies/s
- 1 km/h = 0.911 pie/s = 0.621 mi/h

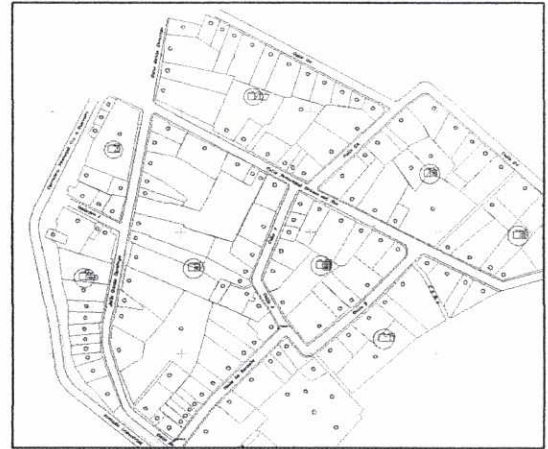
## AREAS DE FIGURAS GEOMETRICAS COMUNES

FIGURA	AREA	FIGURA	AREA
<b>Triangulo</b> 	$A = \frac{b \times h}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ <p>p=Semi perímetro</p>	<b>Rombo</b> 	$A = \frac{d1 \times d2}{2}$
<b>Cuadrado</b> 	$A = a \times a$ $A = a^2$	<b>Trapezio</b> 	$A = h \times \frac{(a+b)}{2}$
<b>Rectangulo</b> 	$A = a \times b$	<b>Pentagono</b> 	$A = a \cdot p$ $p = \sum l$ <p>p=Perimetro a=Apotema l=Lado</p> <p><small>Nota: Esta fórmula aplica para todos los polígonos regulares.</small></p>
<b>Paralelogramo</b> 	$A = b \times h$	<b>Circulo</b> 	$A = \pi \times r^2$ $A = \pi \times \frac{d^2}{4}$ <p>r = radio d = diámetro</p>

## USO DE LOS PLANOS



Plano de Configuración



Plano Catastral

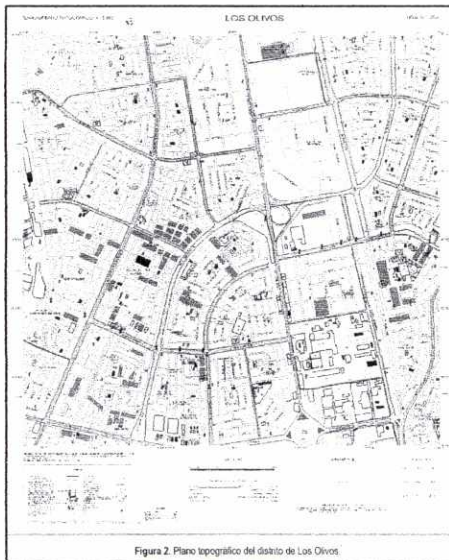
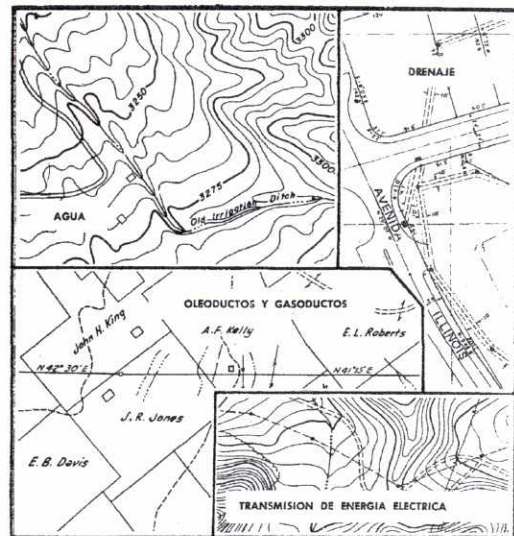
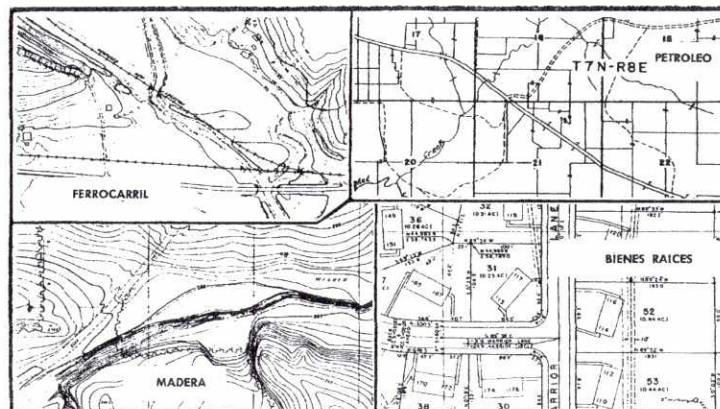


Figura 2. Plano topográfico del distrito de Los Olivos.



Plano urbano







---

**BIBLIOGRAFIA**

- AUSTIN, Barry: **Topografía Aplicada a la Construcción**, México, Editorial Limusa, 1980.
- BALESTRINI, Mirian: **Metodología para la Elaboración de Informes**, Caracas, Consultores Asociados, 2007.
- BANISTER, A, RAYMON, S: **Técnicas Modernas en Topografía**, México, Alfaomega Grupo Editor, 2002.
- BAVARESCO, Aura: **Redacción de Informes**, Maracaibo, Editorial de la Universidad del Zulia, 2005.
- CASANOVA, Leonardo: **Topografía Plana**, Mérida, Taller de Publicaciones de Ingeniería ULA, 2002.
- CORRAL, Ignacio: **Topografía de Obras**, México, Alfaomega Grupo Editor, 2007.
- GERIG, M, SOLENTHALER, H: **Medir en la Construcción de Modo Sencillo**, Suiza, Wild Heerbrugg S.A.
- LEICA Geosystems: **La Construcción más rápida**, Suiza, LEICA Geosystems, 2005
- MARTINEZ, Francisco: **Topografía Practica para la Construcción**, Barcelona, Ediciones Ceac, 2003.
- McCORMAC, Jack: **Topografía**, México, Limusa Wiley, 2005.
- ROMAN, Arquímedes: **Como Informar por Escrito**, Valencia, Vadell Hermanos Editores, 2008.
- SUDAKOV, Ya: **Trabajos Geodésicos en la Construcción de Grandes Obras**, Moscú, Editorial Mir, 1981.
- SOLENTHALER, H: **Introducción a la Nivelación**, Suiza, Wild Heerbrugg S.A.
- TORRES, Álvaro, VILLATE, Eduardo: **Topografía**, Bogotá, Prentice Hall, 2001.
- WAHL, Bernardo: **Topografía para Geodestas**, Maracaibo, Editorial Universidad del Zulia, 1964.
- WILD Heerbrugg: **El Teodolito y su empleo**, Suiza, Wild Heerbrugg S.A.
- WOLF, Paul, GHILANI, Charles: **Topografía**, México, Alfaomega Grupo Editor, 2009.
- WOLF, Paul, BRINKER, Russell: **Topografía**, México, Alfaomega Grupo Editor, 1997.

